

Die Gas-Eigentemperatur suspendierter Partikel  
bei ungleichförmiger Bewegung der Suspension

von H. Frank und B. Heß <sup>+)</sup>

Zusammenfassung: In einer ungleichförmig bewegten Suspension haben die suspendierten Teilchen mit größerer Dichte als das Suspensionsmedium eine höhere Temperatur als dieses. Die Formeln zur Berechnung der Gas-Eigentemperatur bei harmonischer Bewegung der Suspension werden für in flüssigen Medien suspendierte Partikel abgeleitet. Für verschiedene Suspensionsmedien und Schüttelfrequenzen werden Eigentemperaturen berechnet und experimentell auf drei verschiedenen Wegen - aus der in der Suspension erzeugten Wärme, aus der Diffusionsgeschwindigkeit der Partikel und aus der Abnahme der Teilchenkonzentration mit der Höhe - ermittelt.

Die kinetische Wärmeenergie eines Stoffes wird von den Atomen, Molekülen und suspendierten Teilchen beständig untereinander ausgetauscht. Die makroskopische Bewegungsenergie der Translation und Rotation eines Stoffes unterscheidet sich von der Wärmeenergie dadurch, daß bei ihr dieser Energieaustausch zwischen den Bausteinen des Stoffes nicht stattfindet. Wenn die kinetische Energie der makroskopischen Bewegung eines Gases oder einer Flüssigkeit dissipiert, so ist dies verursacht durch die innere Reibung, durch welche die Strömungsbewegung in kleinste Bewe-

---

Eingegangen am 1. Juli 1970

+)

Anschriften der Verfasser: Dr. Heinrich Frank, Prof. Dr. Bernhard Heß, Staatliches Physikalisches Institut Regensburg,  
 84 Regensburg, Am Ölberg 6

gungselemente mit abweichenden Richtungen und Geschwindigkeiten aufgespalten wird. Für die Diskussion der Dissipation kann es genügen, anzunehmen, daß diese Aufspaltung uniform<sup>1, 2</sup>, d. h. im ganzen Strömungsgebiet in gleicher Weise erfolgt. Befindet sich aber eine disperse Phase in einem Gas oder in einer Flüssigkeit, die ungleichförmig bewegt werden, so kann von einer allgemeinen Uniformität nicht mehr gesprochen werden, da die Suspensionsteilchen selektiv zur Dissipation der Strömungsenergie, der makroskopischen kinetischen Energie, beitragen.

Für die Bewegung der Moleküle des Suspensionsmediums wie auch für die Wärmebewegung der suspendierten Partikel gilt der Gleichverteilungssatz der Energie. Aber der Gleichverteilungssatz gilt nur für Materie, deren Temperatur sich ausgeglichen hat. Die Gleichverteilung der mittleren kinetischen Energie kann von außen gestört werden z. B. durch Wärmezufuhr, wodurch die Bausteine der Materie zur Wärmezufußstelle hin eine zunehmende größere mittlere kinetische Energie haben, die Materie also eine zunehmende höhere Temperatur hat. Oder es kann die gleichmäßige Verteilung, wie in unserem Falle, gestört werden durch eine ungleichförmige Bewegung der Suspension, wodurch die mittlere Energie einer suspendierten Partikel um viele Zehnerpotenzen stärker vergrößert wird als die mittlere Energie der um viele Zehnerpotenzen leichteren Moleküle des Suspensionsmediums. Deshalb hat die suspendierte Partikel eine höhere Temperatur als das Suspensionsmedium<sup>3, 4</sup>. Diese durch die ungleichförmige Bewegung erzeugte zusätzliche Wärmebewegung und die dieser entsprechende Temperatur wird hier Schüttelwärme bzw. Gas-Eigentemperatur oder Schütteltemperatur ( $T_S$ ) genannt, zum Unterschied von der gewöhnlichen Wärme und Temperatur, die kalorische Wärme bzw. kalorische Temperatur genannt werden. Die kalorische Temperatur wird im Folgenden gegen  $T_S$  vernachlässigt.

Wird die Geschwindigkeit eines starren geschlossenen Gefäßes, das ganz mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, abgebremst, so wird ein Teil der

## Gas-Eigentemperatur suspendierter Partikel

verlorenen makroskopischen Bewegungsenergie in die Bremsvorrichtung weitergeleitet. Bei Bremsung durch Reibung erscheint dort die verlorene kinetische Energie als Wärmeenergie auf den Reibungsflächen. Der andere Teil der verlorenen makroskopischen Bewegungsenergie wird über die bei der Abbremsung im Suspensionsmedium entstehenden Druckkräfte als Kompressionswärme der Suspension zugeführt. Diese ist jedoch bei flüssigen Suspensionsmedien sehr klein. Das Größenverhältnis der in und außerhalb der Flüssigkeit entstehenden Wärmeenergien hängt von der Geschwindigkeitsänderung des Gefäßes und von der Kompressibilität der Flüssigkeit ab. Je schneller die Abbremsung erfolgt, desto größer ist die Erwärmung der Flüssigkeit.

Enthält die Flüssigkeit suspendierte Partikel (von größerer Dichte als das Suspensionsmedium), so wächst der bei der Abbremsung als Wärmeenergie in die Flüssigkeit übergehende Energieanteil. Die suspendierten Teilchen tragen selektiv zur Erwärmung der Suspension bei. Das Verhältnis der beiden Energieanteile, Wärmezufuß in die Flüssigkeit und nach außen abgeführte Energie, hängt jetzt außer von der Abbremsgeschwindigkeit und Kompressibilität des Suspensionsmediums noch von der Viskosität des Suspensionsmediums und von der Teilchenform und Teilchenstellung zur Bewegungsrichtung ab. Die Abbremsung von Partikeln, die die Form von dünnen Folienstückchen mit der Ebenennormalen in der Bewegungsrichtung haben, erfolgt nicht durch Reibungskräfte, sondern fast ausschließlich durch Druckkräfte. Bei ihrer Abbremsung ist der Anteil der abgegebenen kinetischen Energie, der als Wärmeenergie in die Flüssigkeit überströmt, deshalb sehr klein; es ist nur die durch den Druckbeitrag des Teilchens bei der Abbremsung etwas erhöhte Kompressionswärme in der Flüssigkeit. Hat die Partikel jedoch z. B. Kugelform, so erfolgt die Abbremsung praktisch nur durch Reibungskräfte. Runde Teilchen liefern bei der Abbremsung einen maximalen Anteil der kinetischen Energie der Partikel in die Suspension. Würde die Abbremsung momentan erfolgen, so würde die gesamte kinetische Energie der Partikel in Wärme-

energie der Suspension umgewandelt werden. Je langsamer die Abbremsung erfolgt, desto kleiner ist der Anteil an der verlorenen Bewegungsenergie der Partikel, der als Wärmeenergie von der Flüssigkeit aufgenommen wird. Für Teilchen, die spiegelbildlich zu einer Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung sind, sind die Anteile der durch Reibungskräfte ausgetauschten Energien bei der Abbremsung und Beschleunigung die gleichen.

Die während der Beschleunigung und Abbremsung von Aerosol oder Lyosol entstehende Wärme kann als von dem Aerosol- oder Lyosolgas abgegebene Wärmeenergie betrachtet werden.

Wie groß ist die bei der Geschwindigkeitsänderung einer Suspension mit einem flüssigen Suspensionsmedium und mit festen kugelförmigen suspendierten Partikeln in der Suspension entstehende Wärmeenergie? Wir betrachten Suspensionen, die lineare harmonische Schwingungen ausführen.

Nach König<sup>5</sup> ist der Reibungswiderstand einer Kugel in einer inkompressiblen Flüssigkeit, die eine lineare harmonische Schwingung  $u_F = u_{0,F} \cdot \cos \omega t$  ausführt

$$F = 3 \pi r_P^3 \varrho_F \left[ b \frac{du_D}{dt} + \omega b (1 + b) u_D \right]$$

mit

$$b = \frac{1}{r_P} \sqrt{\frac{\eta}{\pi \varrho_F \nu}}$$

( $r_P$  Radius der Kugel;  $\varrho_F$  Dichte der Flüssigkeit;  $u_D$  Differenz zwischen der Geschwindigkeit der Partikel ( $u_P$ ) und der Geschwindigkeit der Flüssigkeit ( $u_F$ );  $\eta$  Viskosität der Flüssigkeit;  $\nu$  Schwingungsfrequenz).

Da bei den folgenden Versuchen die Phasenverschiebung zwischen den

harmonischen Schwingungen  $u_P$  und  $u_F$  sehr klein und infolgedessen die Phasenverschiebung zwischen  $u_D$  und  $u_P$   $\approx \pi/2$  ist, wird  $u_D = u_{o,D} \sin \omega t$ .

Der während der Abbremsphase ( $u_P = u_{o,P}$  bis  $u_P = 0$ ) in Reibungswärme übergegangene Teil der kinetischen Energie ist

$$A_o = \int_0^{\tau/4} F u_D dt \quad (1)$$

Für die während der Zeit  $t'$  in Reibungswärme übergegangene Energie erhält man entsprechend

$$A(t') = \int_0^{t'} F u_D dt$$

und für den in Wärmeenergie der Suspension konvertierbaren Teil der Energie, den die Partikel zur Zeit  $t'$  noch besitzt,

$$\begin{aligned} E &= A_o - A(t') = \int_{t'}^{\tau/4} F u_D dt \\ &= \frac{3}{2} \pi r_P^3 \rho_F u_{o,D}^2 b \left[ \cos^2 \omega t' + (1+b) \left( \frac{\pi}{2} - \omega t' + \frac{1}{2} \sin 2 \omega t' \right) \right] \end{aligned}$$

Ist der Wert von  $u_{o,F}$  bekannt, so läßt sich  $u_{o,D}^2$  berechnen aus der trigonometrischen Beziehung

$$u_{o,D}^2 = u_{o,F}^2 + u_{o,P}^2 - 2 u_{o,F} u_{o,P} \cos \varphi$$

Die Werte von  $u_{o,P}$  und  $\varphi$  erhält man nach König<sup>5</sup> aus den Formeln

$$u_{o,P} = u_{o,F} \sqrt{\frac{1 + 3b + \frac{9}{2} b^2 + \frac{9}{2} b^3 + \frac{9}{4} b^4}{a^2 + 3ab + \frac{9}{2} b^2 + \frac{9}{2} b^3 + \frac{9}{4} b^4}}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{3}{2} (a - 1) b (b + 1)}{a + \frac{3}{2} (a + 1) b + \frac{9}{2} b^2 + \frac{9}{2} b^3 + \frac{9}{4} b^4}$$

mit

$$a = \frac{1 + 2 \varrho_P / \varrho_F}{3}$$

( $\varrho_P$  Dichte der Partikel).

Die Temperatur eines Stoffes lässt sich durch die kinetische Energie seiner Atome oder Moleküle, die diese untereinander austauschen, ausdrücken. Da sich die kinetische Energie der einzelnen Moleküle dauernd ändert, führt man anstelle der wechselnden Energiewerte einen zeitlich konstanten effektiven Wert für die kinetische Energie eines Teilchens, den Mittelwert aus den gleichzeitig bei sehr vielen Molekülen vorhandenen kinetischen Energien, ein. Für diesen Mittelwert (Scharmittelwert) gilt die Beziehung:

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k T$$

$$T = \frac{m u^2}{3 k}$$

( $m$  Teilchenmasse;  $u^2$  Mittelwert des Geschwindigkeitsquadrates der Teilchen;  $k$  Boltzmann-Konstante;  $T$  Kelvin-Temperatur).

Die Kelvin-Temperatur ist aber auch proportional der Wirkung der Moleküle (Energie der Moleküle mal Zeit). Die mittlere Wirkung der Wärmeenergie in einer bestimmten Zeit ist für alle Moleküle gleich. Für die mittlere Wirkung ( $W$ ) eines Teilchens pro Sekunde gilt

$$W = \frac{3}{2} k T$$

Diese Beziehung gilt auch für die suspendierten Teilchen. Die Wirkung pro Sekunde ist bei unseren Versuchen

$$W = \frac{1}{\tau/4} \int_0^{\tau/4} E dt$$

Für die kinetische Energie der harmonischen Partikelbewegung mit einem Freiheitsgrad gilt die Beziehung:

$$W = \frac{1}{2} k T$$

Für die Schütteltemperatur ergibt sich

$$T_S = \frac{2W}{k} = \frac{3\tilde{\pi}}{2k} r_P^3 \rho_F u_{o,D}^2 b \left[ (b+1) \left( \frac{\tilde{\pi}}{2} + \frac{2}{\tilde{\pi}} \right) + 1 \right] \quad (2)$$

Die Voraussetzung linearer Partikelbewegung ist bei den folgenden Versuchen nicht erfüllt. Die Partikel bewegen sich auch bei streng linearer Bewegung des Suspensionsmediums wegen der von den Teilchen ausgehenden Impulse und der ungleichmäßigen Verteilung der Partikel in allen drei Raumrichtungen. Die von den Partikeln aufgenommene und abgegebene kinetische Energie ist deshalb größer als bei linearer Partikelbewegung. Die wahren Schütteltemperaturen müssen deshalb über den nach Formel (2) berechneten theoretischen Werten liegen.

Die Gleichung für die Schütteltemperatur gilt auch für gelöste Stoffe. Wegen der kleinen Masse derselben ist deren Schütteltemperatur aber erst bei hohen Ultraschallfrequenzen von Bedeutung.

Die hohe Temperatur des Lyosolgases läßt sich mit dem Thermometer nicht feststellen. Da die Anzahl der Suspensionsteilchen zur Anzahl der Moleküle des Suspensionsmediums verschwindend ist, mißt man

mit dem Thermometer nur die Temperatur der Flüssigkeit. Die Temperatur der suspendierten Partikel muß aus einer von dieser Größe abhängigen beobachtbaren Größe wie z. B. der Höhenverteilung der Partikel oder über ihren osmotischen Druck oder aus dem mittleren Verschiebungsquadrat eines Suspensionsteilchens u. s. w. ermittelt werden. Bei den folgenden Versuchen wird zur experimentellen Bestimmung der Schütteltemperatur 1. die Temperaturerhöhung der Suspension, 2. die Diffusionsgeschwindigkeit der Partikel und 3. deren Höhenverteilung benutzt.

### Experimenteller Teil

Die Suspensionsteilchen bestanden aus kugelförmigen Bronzekörnern mit Radien zwischen 25 und 50  $\mu\text{m}$  von der Dichte  $8,8 \text{ g cm}^{-3}$ , wofür im Folgenden ein mittlerer Radius  $r$  von 40  $\mu\text{m}$  und eine Masse  $M$  gleich  $2,4 \cdot 10^{-6} \text{ g}$  pro Partikel gesetzt wird. Um die Verlagerung der Suspensionspartikel, die durch die Diffusion allein zustande kommt, besser erfassen zu können, wurden die Versuche mit Flüssigkeiten als Suspensionsmedium wegen deren geringen Kompressibilität durchgeführt. Die benutzten Flüssigkeiten waren: eine Glycerin-Wasser-Mischung mit 87 Gew.-% Glycerin von der Dichte  $\rho_1 = 1,22 \text{ g cm}^{-3}$ , der Viskositätskonstante  $\eta_1 = 1,2 \text{ Poise}$  (bei  $22^\circ \text{C}$ ) und der spezifischen Wärme  $c_1 = 2,6 \text{ J g}^{-1} \text{ grd}^{-1}$ ; ferner 60 %iges Glycerin ( $\rho_2 = 1,15 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\eta_2 = 0,1 \text{ Poise}$ ,  $c_2 = 3,2 \text{ J g}^{-1} \text{ grd}^{-1}$ ) und Wasser ( $\rho_3 = 1 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\eta_3 = 0,01 \text{ Poise}$ ,  $c_3 = 4,18 \text{ J g}^{-1} \text{ grd}^{-1}$ ).

Die Gefäße, in denen das Lyosol geschüttelt wurde, waren aus Plexiglas mit Wandstärken von 1 bis 2 cm. Um eine Eigenbewegung der Flüssigkeit auszuschalten, bzw. so klein wie möglich zu halten, war das Schüttelgefäß jeweils ganz, d. h. ohne zurückbleibende Luftblase, mit der Flüssigkeit gefüllt. Die Verschlussschraube hatte eine kapillare Öff-



nung, durch welche die von der Schraube verdrängte Flüssigkeit austreten konnte.

Der Rahmen aus Aluminium, in den der Lyosolbehälter eingespannt ist (Fig. 1), wird harmonisch mit verschiedenen Frequenzen  $\nu$  zwischen 17,5 und 25 Hz und mit 3,1 mm Schwingungsamplitude hin- und herbewegt. Das Gleitlager besteht aus zwei Kunststoffleisten mit einem Ölfilm dazwischen. Es lagert auf Schwingmetall, damit von außen möglichst keine Ultraschallenergie zufließen kann. Auch der Aluminiumrahmen wurde an dem Antriebsmotor über Schwingmetall angekoppelt. Motor und Apparatur ruhen getrennt auf einer je 1,5 m hohen Zementsäule.

#### I. Bestimmung der Schütteltemperatur aus der Erwärmung der Suspension

Beim Schütteln der Suspension entsteht durch die Eigenbewegung, d. h. die Relativbewegung der suspendierten Teilchen zur umgebenden Flüssigkeit, Reibungswärme, die aus der Temperaturerhöhung der Suspension ermittelt werden kann.

In einem Hohlwürfel aus Plexiglas von 4 cm lichter Weite befinden sich  $58,3 \text{ cm}^3$  Flüssigkeit mit 50 g Bronzepulver. Ersetzt man das Größenspektrum der Teilchen durch eine einheitliche Teilchengröße von  $r = 40 \text{ }\mu\text{m}$ , so entspricht dies einer Anzahl von  $2,1 \cdot 10^7$  Bronzepartikeln.

Wie aus Fig. 1 zu ersehen ist, ist der Würfel rechts und links über zwei ca. 2,5 cm lange Halterungen aus Plexiglas in den Aluminiumrahmen eingeklemmt, um Wärmezufluß aus den Gleitlagern zu vermeiden.

Bei einer 360 sec dauernden Schüttelung mit  $\nu = 25 \text{ Hz}$  wurde durch die suspendierten Teilchen in 60 %igem Glycerin eine Temperaturerhöhung um  $0,05^\circ$  und in Wasser um  $0,2^\circ$  erzeugt. Der Wärmeabfluß aus der

Flüssigkeit während des Versuchs war vernachlässigbar klein. Die Leerversuche mit Flüssigkeit ohne Partikel führten in beiden Fällen zu keiner Temperaturerhöhung.

Aus den thermoelektrisch gemessenen Temperaturerhöhungen errechnen sich für die verschiedenen Suspensionen folgende Energie-Einsparungen durch ein Teilchen pro Periode:

$$\begin{array}{ll} \text{in 60 \%igem Glyzerin} & 6 \cdot 10^{-4} \text{ erg} \\ \text{und in Wasser} & 28 \cdot 10^{-4} \text{ erg.} \end{array}$$

Die beim Schütteln durch ein Teilchen pro Periode erzeugte Wärmeenergie ( $q$ ) ist gleich der pro Periode zur Überwindung der Widerstandskraft ( $F$ ) geleisteten Arbeit. Bei Gültigkeit des Stokes'schen Gesetzes <sup>+)</sup> ist

$$F = 6 \pi r \eta u_D$$

Die pro Periode und Teilchen erzeugte Wärme ist also

$$\begin{aligned} q &= \int_0^{\tau} F u_D dt = 6 \pi r \eta \int_0^{\tau} u_D^2 dt \\ &= 6 \pi r \eta u_{o,D}^2 \int_0^{\tau} \sin^2 2 \pi \nu t dt = \frac{3 \pi r \eta u_{o,D}^2}{\nu} \end{aligned}$$

Die erzeugte Wärme ist proportional dem Quadrat der Geschwindigkeitsamplitude der Differenzschwingung. Aus dem experimentell ermittelten Wert für  $q$  ergibt sich

$$u_{o,D} = \sqrt{\frac{q \nu}{3 \pi r \eta}} \quad (3)$$

<sup>+)</sup>

Das bei einer Schwingung gültige Stokes'sche Gesetz, in dem die Kraft durch eine Summe  $F = A \frac{du}{dt} + Bu$  ausgedrückt wird, würde zu geringen Änderungen der in der vorliegenden Abhandlung berechneten Temperatur führen, die sich jedoch bei den angegebenen Genauigkeiten der Werte nicht mehr bemerkbar machen.

Bei Schüttelung des Bronzepulvers in den zwei verschiedenen Flüssigkeiten ergaben sich für  $u_{o,D}$  die Werte 2,0 (bei 60 % Glycerin) bzw. 14 cm/sec (bei Wasser) gegenüber den aus den Versuchsdaten berechneten  $u_{o,D}$ -Werten 1,6 bzw. 14 cm/sec. Daraus ergeben sich durch Einsetzen von  $u_{o,D}$  in Formel (2) im ersten Fall die Temperaturen 1,8 bzw.  $11 \cdot 10^{12} \text{ }^\circ\text{K}$  und im zweiten Fall 1,2 bzw.  $11 \cdot 10^{12} \text{ }^\circ\text{K}$  (siehe Tabelle I, Spalte 6).

Mit Hilfe der Wärme läßt sich also die Geschwindigkeitsamplitude der Differenzschwingung  $u_{o,D}$  bestimmen und eingesetzt in der Temperaturformel die Temperatur berechnen. Das Versuchsergebnis wird in diesem Falle nur zur Nachprüfung der Berechnungsgrundlagen von  $u_{o,D}$  verwendet. Es läßt sich die Partikeltemperatur aber auch thermodynamisch aus der Erwärmung der Suspension ermitteln. Lediglich durch Verwendung der Boltzmann-Konstante, dem Proportionalitätsfaktor zwischen Temperatur und mittlerer kinetischer Energie einer Partikel, wird eine Anleihe bei der Atomistik gemacht. Wir führen die Berechnung von T auf diesem Wege durch und erhalten so einen Beweis für die Existenz hoher Gas-Eigentemperaturen suspendierter Partikel bei ungleichförmiger Bewegung der Suspension.

Die Versuche mit und ohne suspendierter Partikel haben ergeben, daß die Wärmeeinspeisung über die Partikel erfolgt. Wenn man die Temperatur eines Körpers, über den Wärme in eine Flüssigkeit eingespeist wird, finden will, so muß außer dem Wärmezufuß noch die Wärmeleitfähigkeit im Körper und der Wärmeübergangswiderstand vom Körper zur Flüssigkeit bekannt sein. Das Resultat ist dann nicht eine einheitliche Temperatur für den einspeisenden Körper, sondern ein Temperaturgefälle in demselben zur Oberfläche des Körpers hin. In unserem Fall erfolgt die Energieeinspeisung aber nicht über einen Körper mit sehr vielen miteinander gekoppelten Atomen zwischen dem Ort der Energieaufnahme und -abgabe, sondern über einen "einatomigen" Körper, der Energie von außen aufnimmt und in die Flüssigkeit abgibt. Es liegt also eine intermittierende

Einspeisung über die kinetische Translationsenergie jeweils einer Partikel vor. Der Rhythmus von Energieaufnahme und -abgabe wird, so darf auch ohne Untersuchung der Bewegung der Partikel angenommen werden, im Rhythmus der sich abwechselnden Beschleunigung und Bremsung der Suspension erfolgen. Die genannten Bewegungsphasen folgen in unserem Fall in  $\tau/4$  aufeinander, wenn  $\tau$  die Schwingungszeit der Cuvette bedeutet.

Die in einer Viertelperiode von Teilchen abgegebene Wärmemenge  $\Delta W$  ist proportional der "Wärmekapazität" und der Temperaturabnahme  $\Delta T$  des Teilchens. Da die "Wärmekapazität" eines Teilchens, das nur eine Translation in einer Richtung ausführt,  $k/2$  ist, erhält man

$$\Delta W = \frac{1}{2} k \Delta T .$$

Ist die Maximaltemperatur  $T_0$  der suspendierten Teilchen sehr groß gegenüber der Temperatur des Suspensionsmediums, so kann  $T_0$  für  $\Delta T$  gesetzt werden. Da  $\Delta W$  aus den Versuchen bekannt ist ( $\Delta W = q/4$ ), kann  $T_0$  aus obiger Gleichung ermittelt werden. Die mittlere Temperatur  $T_S$  der Teilchen hängt vom zeitlichen Temperaturverlauf ab. Da die Aufgabe der vorliegenden Untersuchungen nicht eine exakte Berechnung der Schütteltemperatur, sondern der Nachweis der Existenz und die Größenordnung einer Gas-Eigentemperatur der in einer ungleichförmig bewegten Flüssigkeit suspendierter Partikeln ist, genügt es, für die mittlere Temperatur die halbe Maximaltemperatur einzusetzen, und man erhält somit

$$T_S = \frac{\Delta W}{k} .$$

Nimmt man an, daß bei kugelförmigen Teilchen die Wärmeaufnahme in derselben Weise wie die Wärmeabgabe vor sich geht, so ist die mittlere Temperatur in jeder Viertelperiode gleich groß, was besagt, daß

$T_S$  die mittlere Partikeltemperatur ist.

Die Temperaturen, die sich für suspendierte Partikeln aus der Temperaturerhöhung der Suspension nach der phänomenologischen Thermodynamik ergeben, sind von derselben Größenordnung wie die nach Formel (2) berechneten Temperaturen (siehe Tabelle I, Spalte 5 und 6).

T a b e l l e I

Suspensions- medium	$\eta$	$\Delta T$	$q$	$T_S$	$T_S$ berechnet nach Formel (2)
	Poise	grd	$10^{-4}$ erg	$10^{12}$ °K	$10^{12}$ °K
1	2	3	4	5	6
Mischung aus Glyzerin und Wasser :					
60 Gew. -% Glyzerin	0,1	0,05	6	1	1
Reines Wasser	0,01	0,2	28	5	11

## II. Bestimmung der Schütteltemperatur mit Hilfe der Diffusionsgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit, mit der ein Stoff vom Ort höherer Konzentration  $x_1$  zu einem Ort geringerer Konzentration  $x_2$  im Abstand  $\Delta x$  übergeht, die Diffusionsgeschwindigkeit, ist proportional der Temperatur. Die Diffusionsgleichung des 1. Fick'schen Gesetzes für stationäre Diffusion lautet:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = -D \cdot A \frac{\Delta N_v}{\Delta x},$$

wobei

$$D = v k T$$

( $D$  Diffusionskonstante;  $v = \frac{u}{F}$  Beweglichkeit der Partikel;  $\Delta n$  Anzahl der in der Zeit  $\Delta t$  von  $x_1$  nach  $x_2$  übergegangenen Moleküle bzw. Partikel;  $A$  Diffusionsfläche;  $\frac{\Delta N_v}{\Delta x}$  Konzentrationsgefälle zwischen  $x_1$  und  $x_2$ ).

Nach der Stokes'schen Formel ist

$$v = (6 \pi r \eta)^{-1}$$

(wobei für  $\eta$  die Viskosität bei der Temperatur des Suspensionsmediums einzusetzen ist), so daß

$$T = \frac{\Delta n}{\Delta t} \cdot \frac{6 \pi r \eta \Delta x}{A k \Delta N_v} \quad (4)$$

Diese Gleichung wird bei dem folgenden Versuch zur Bestimmung der Schütteltemperatur benutzt. Unbekannt sind darin die Diffusionsgeschwindigkeit  $\frac{\Delta n}{\Delta t}$  und die Konzentrationsänderung  $\frac{\Delta N_v}{\Delta x}$ . Während die erstere Größe gemessen wird, muß  $\frac{\Delta N_v}{\Delta x}$  aus den Versuchsbedingungen entnommen werden.

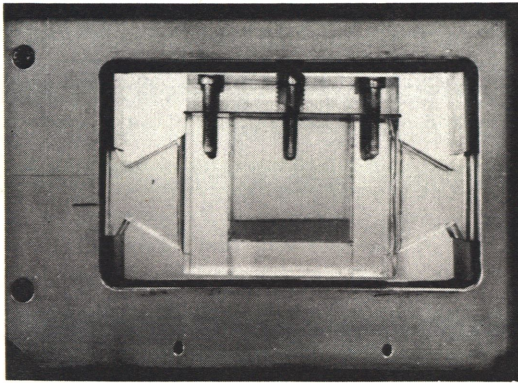


Fig. 1 : Schüttelapparatur mit eingespanntem Hohlwürfel aus Plexiglas

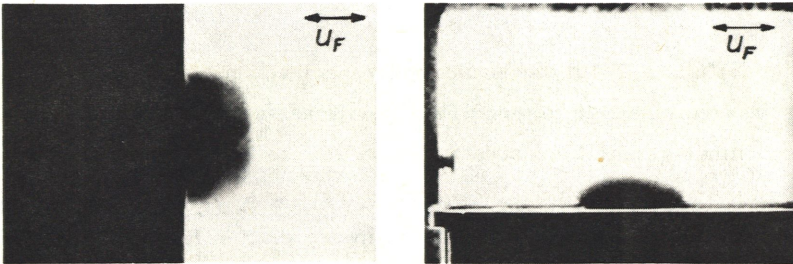


Fig. 2a und b : Aus der Kammer mit Suspension (dunkel) ist durch die Löcher in der Mitte der Trennwand Lyosol in die nur mit Flüssigkeit gefüllte Kammerhälfte übergetreten.

$\nu = 19,2 \text{ Hz}$

a) Schüttelrichtung senkrecht      b) parallel zur Trennwand

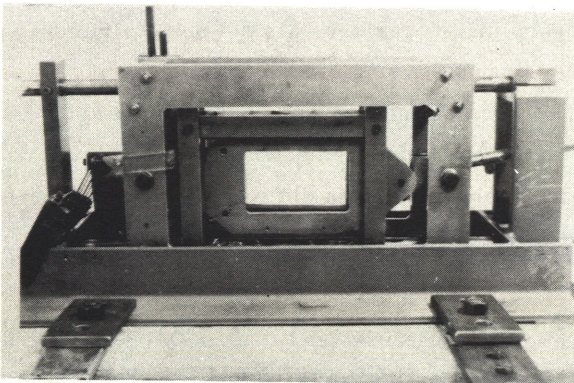


Fig. 3a : Schüttelapparatur mit eingespannter Cuvette im Ruhezustand

Benutzt wird eine flache Kammer von 0,9 cm lichter Höhe, 8 cm Länge und 7 cm Breite. Sie war beim Schütteln horizontal eingespannt. Das Volumen  $50,4 \text{ cm}^3$  ist durch eine 1 mm starke Messingwand halbiert. Die Wand hat in der Mitte im Abstand von 4 mm vier vertikale Lochreihen mit je 5 Löchern mit 0,7 mm Lochdurchmesser und somit eine Gesamtfläche der Löcher von  $A = 7,7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$ . Das unterste Loch befindet sich 3 mm über dem Kammerboden. Beide Kammerhälften sind mit 87 %igem Glycerin gefüllt und eine Kammerhälfte zusätzlich noch mit 30 g Bronzepulver, was einer Bronzepulver-Konzentration von  $1,19 \text{ g/cm}^3$  oder bei Zugrundlegung eines einheitlichen Teilchenradius von  $40 \mu\text{m}$  einer Teilchenkonzentration  $N_v = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Partikel/cm}^3$  entspricht.

In der Natur, z. B. in der Atmosphäre, schweben die ungleichförmig bewegten Volumina mit höherer Partikel-Konzentration in ihrer Umgebung mit niedrigerer Konzentration und gleichen ihre Konzentration durch Partikelströme nach den drei Raumrichtungen aus. Bei der Versuchseinrichtung konnte sich ein Partikelstrom in der dritten Raumrichtung nach oben und unten nicht ausbilden.

Sowohl bei Schüttelrichtung senkrecht wie parallel zur Trennwand diffundiert Lyosol von der Kammer mit der Suspension in die lyosolfreie Kammer (Fig. 2a und b). Bei Schüttelung parallel zur Trennwand ist die übergetretene Lyosolmasse geringer als bei Schüttelrichtung senkrecht zur Trennwand, doch von der gleichen Größenordnung. Diese Unterschiede sollen unberücksichtigt bleiben. Es wurden jeweils 4 Messungen in um  $90^\circ$  gedrehten Kammerstellungen vorgenommen und daraus die Mittelwerte für die in einer Richtung in die lyosolfreie Kammer hinüberdiffundierende Lyosolmenge bestimmt.

Nach einer Schüttelung von 180 sec Dauer mit einer Frequenz von  $\nu = 20,8 \text{ Hz}$  waren 0,7 g Bronze oder  $1,7 \cdot 10^3$  Bronzeteilchen pro Sekunde in die lyosolfreie Kammerhälfte diffundiert. Nach Verlassen der



0,7 mm starken Kanäle in der Trennwand breiten sich die Partikel durch Diffusion weiter aus (Fig. 2a und b), so daß es sich nicht, wie bei Ableitung der Temperaturformel vorausgesetzt, um eine stationäre, sondern um eine nichtstationäre Diffusion handelt, die durch das 2. Fick'sche Gesetz beschrieben werden müßte. Vermöge ihrer Schwere sinken aber in der noch lyosolfreien Kammer die Partikel nach Verlassen der Trennwand rasch nach unten und bilden von dort aus erst allmählich eine nach oben abnehmende Konzentrationsverteilung aus. Auf Grund dieses Verhaltens der Teilchen darf angenommen werden, daß es sich beim Übergang der Teilchen durch die Kanäle in die andere Kammerhälfte um einen stationären Diffusionsvorgang zwischen der Konzentration  $N_v$  und 0 handelt. Setzt man zusätzlich noch einen linearen Abfall der Teilchenkonzentration in den Kanälen der Trennwand voraus, dann ist

$$\frac{\Delta N_v}{\Delta x} = \frac{N_v}{x}$$

(x Dicke der Trennwand).

Für die Gas-Eigentemperatur der Partikel während des Schüttelns ergibt sich nach Formel (4)

$$T_S = \frac{\Delta n}{\Delta t} \cdot \frac{6 \pi r \eta x}{A k N_v} \quad (5)$$

Die aus der Diffusionsgeschwindigkeit ermittelten Schütteltemperaturen für fünf verschiedene Frequenzen zwischen 18,3 und 21,7 Hz sind in Spalte 3 der Tabelle II eingetragen. Sie betragen 2 bis  $4 \cdot 10^{12} \text{ }^\circ\text{K}$ .

Tabelle II

Frequenz $\nu$	übergetretene Menge	$T_S$	$T_S$ berechnet nach Formel (2)
Hz	g	$10^{12} \text{ } ^\circ\text{K}$	$10^{11} \text{ } ^\circ\text{K}$
1	2	3	4
18,3	2,5	2	0,6
19,2	2,8	3	0,7
20	3,8	3	0,7
20,8	2,8	3	0,8
21,7	4,6	4	1,0

Bei der Ableitung der Temperaturformel (5) waren folgende vereinfachende Voraussetzungen gemacht worden:

Das Größenspektrum der Teilchen von 25 bis 50  $\mu\text{m}$  wurde durch einen einheitlichen Teilchenradius von 40  $\mu\text{m}$  ersetzt. Anstelle der in der Kammer mit der Höhe exponentiell abnehmenden Teilchenkonzentration wurde für die Berechnung eine einheitliche Teilchenkonzentration  $N_v$  angenommen. Ferner wurde mit einer isotropen Verteilung der Wärmebewegungen gerechnet. Schließlich ist als vereinfachende Annahme noch die Linearität des Konzentrationsabfalls in den Bohrungen der Trennwand zu nennen.

Die aus den Diffusionsgeschwindigkeiten ermittelten Temperaturwerte liegen um eine Größenordnung über den nach Formel (2) berechneten Temperaturen (Tabelle II, Spalte 4).

### III. Bestimmung der Schütteltemperatur aus der Höhenverteilung des Lyosols

In den folgenden Versuchen soll die Schütteltemperatur aus der Höhenverteilung des Lyosols, wie sie allein durch die Eigenbewegung des Lyosols - seine Schütteltemperaturbewegung - zustande kommt, bestimmt werden. Die Unterdrückung der Lyosolverlagerung durch Flüssigkeitsbewegungen ist jedoch nur bedingt möglich. Bei Vorversuchen mit Wasser als Flüssigkeit war aus den sich ausbildenden Kundt'schen Staubfiguren zu ersehen, daß außer der Schüttelbewegung noch eine zweite periodische Bewegung von der Wellenlänge 1,5 bis 2 cm auftrat. Durch Erhöhen der Viskosität konnte der Einfluß dieser periodischen Kraft in dem benutzten Frequenzbereich beseitigt werden. Auch die größere Trägheit der Suspension im unteren Teil der Cuvette, wo sich die Hauptmenge des Lyosols befindet, kann Anlaß zu einer Bewegung der Flüssigkeit sein. Stroboskopische Beobachtungen und Filmaufnahmen zeigten jedoch, daß bei den verwendeten Frequenzen in der verwendeten schmalen Cuvette (Länge 12 cm, Höhe 7 cm, Tiefe 1,3 cm, siehe Fig. 3a) nur an den beiden schmalen Wänden senkrecht zur Bewegungsrichtung eine merkliche Lyosolverlagerung durch je einen Wirbel der Flüssigkeit (von ca. 1 cm Durchmesser) vorhanden war. Verwendet wurde eine Suspension, bestehend aus 50 g Bronze und 126 g 87 %igem Glyzerin, was einer mittleren Teilchenkonzentration von  $N_v = 1,9 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$  entspricht.

Die Figuren 3b bis f (Aufnahmeformat 24 x 36 mm) zeigen im durchscheinenden Licht Blitzlichtaufnahmen der Cuvette bei den Frequenzen 20, 21,5, 22,5, 24 und 25 Hz in jeweils gleicher Stellung der Cuvette. In der ruhenden oder mit geringer Frequenz bewegten glyzeringefüllten Kammer liegt das Pulver auf dem Kammerboden (Fig. 3a). Mit zunehmender Schüttelfrequenz dehnt sich der mit Suspension erfüllte Raum immer weiter nach oben aus.

Die Schüttelfrequenzen wurden beim Versuch in den obengenannten Frequenzstufen geändert. Die neue Höhenverteilung der im Glycerin suspendierten Teilchen hatte sich bei steigenden Frequenzen ca. 3 Minuten, bei abnehmenden Frequenzen ca. 1,5 Minuten nach der Frequenzänderung eingestellt. Die Aufnahmen sind bei fallendem Frequenzgang gemacht.

Der Verlauf der Änderung der Partikelkonzentrationen mit der Höhe wurde für jede Schüttelfrequenz aus den Aufnahmen photometrisch ermittelt. Der Photometerspalt hatte die Abmessung  $1 : 0,005$  mm. Es wurde in der Mitte der Kammer gemessen.

In Fig. 4 sind auf der logarithmischen Abszisse die aus den Schwärzungen bestimmten normierten Teilchenkonzentrationen und auf der Ordinate die zugehörigen Höhen über dem Cuvettenboden aufgetragen. Die Kurven verlaufen geradlinig, wenn man von den nur sehr unsicher zu bestimmenden Werten bei sehr großen und sehr kleinen Schwärzungen absieht.

Der geradlinige Verlauf zeigt, daß die Teilchendichten exponentiell mit der Höhe abnehmen. Benutzt man zur Beschreibung der Konzentrationsabnahme die barometrische Höhenformel

$$\ln \frac{N_1}{N_2} = \frac{\Delta h (M - M') g}{k T} \quad (6)$$

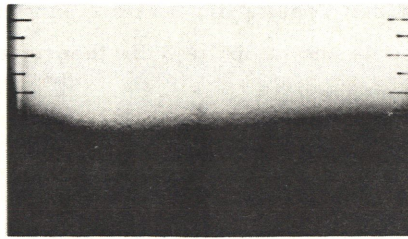
so ergibt sich, wenn man  $T = T_S$  setzt:

$$T_S = \frac{\Delta h (M - M') g}{k (\ln N_1 - \ln N_2)} \quad (7)$$

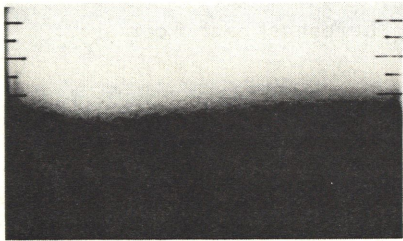
( $g$  Erdbeschleunigung;  $N_1, N_2$  Anzahl der Teilchen in  $\text{cm}^3$  in der Höhe  $h_1$  und  $h_2$ ;  $M$  Masse eines Teilchens;  $M'$  Masse der durch ein Teilchen verdrängten Flüssigkeit).



b



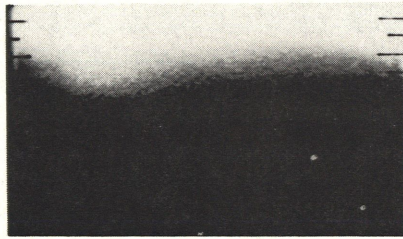
c



d



e



f

Fig. 3b bis f : Blitzlichtaufnahmen der Cuvette mit den Höhenverteilungen des Lyosols bei den Frequenzen b) 20 c) 21,5 d) 22,5 e) 24 f) 25 Hz

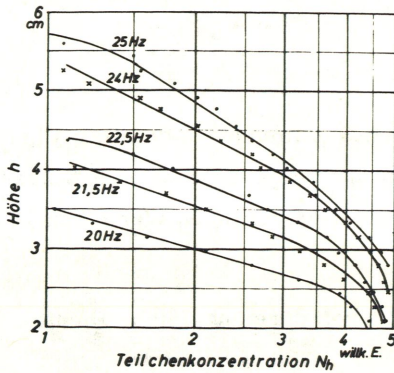


Fig. 4 : Höhenverteilung der Teilchenkonzentration  $N_h$  bei verschiedenen Frequenzen

In der Tabelle III, Spalte 2 sind die aus der Höhenverteilung des Lyosols und in Spalte 3 die theoretisch ermittelten Temperaturen zusammengestellt.

T a b e l l e III

Frequenz $\nu$	$T_S$	$T_S$ berechnet nach Formel (2)
Hz	$10^{12} \text{ }^\circ\text{K}$	$10^{10} \text{ }^\circ\text{K}$
1	2	3
17,5	8	5
18,5	9	6
20,0	10	7
21,5	15	9
22,0	14	10
22,5	15	11
24,0	17	12
25,0	22	14

Die experimentellen und theoretischen Bestimmungen der Gas-Eigentemperaturen suspendierter Partikel in mit verschiedenen Frequenzen bewegten Suspensionen aus der Höhenverteilung ergaben Werte von  $10^{12}$  bis  $10^{13}$  bzw.  $10^{10}$  bis  $10^{11} \text{ }^\circ\text{K}$ .

Suspensionsbewegungen, verursacht durch deren ungleiche Dichte,

ließen sich, wie die Beobachtung zweier Wirbel an den Enden der Cuvette zeigt, nicht ganz vermeiden. Die so beeinflusste Dichteverteilung des Lyosols führt auf Temperaturwerte, die gegenüber den wahren Schütteltemperaturen zu hoch sind.

Aus Versuch I, der Erwärmung der ungleichförmig bewegten Suspension, folgt, daß die suspendierten Partikel Temperaturen haben, die mit den nach Formel (2) berechneten übereinstimmen. Die Experimente II und III zeigen, daß mit der Fick'schen Diffusionsgleichung die Diffusion und mit der Barometerformel die Höhenverteilung der suspendierten Substanzen in den ungleichförmig bewegten Suspensionen berechnet werden kann, wenn man für die Teilchen Temperaturen einführt, die sich aus Temperaturformel (2) ergeben.

Das Ergebnis der Untersuchungen ist: Suspendierte Partikel (mit grösserer Dichte als das Suspensionsmittel) haben in ungleichförmig bewegten Suspensionen eine Gas-Eigentemperatur. Diese kann um viele Zehnerpotenzen über der gewöhnlichen kalorischen Temperatur liegen.

Die Schüttelapparatur wurde von Herrn H. Schroll, Regensburg, entworfen und gebaut.

## Literatur

- <sup>1</sup> C. F. v. Weizsäcker, Das Spektrum der Turbulenz bei großen Reynolds'schen Zahlen. Z. Phys. 124, 1948, S. 614
  
- <sup>2</sup> W. Heisenberg, Zur statistischen Theorie der Turbulenz. Z. Phys. 124, 1948, S. 628
  
- <sup>3</sup> B. Heß, Die Gesetzmäßigkeiten der Aerosolverteilung. Acta Albertina Ratisbonensia 26, 1966, S. 157  
  
B. Heß, The regularities of aerosol distribution with consideration of the "shaking heat". Journ. de Recherches Atmosphériques 2, 1966, S. 463
  
- <sup>4</sup> B. Heß, H. Frank und I. Köck, Die Eigentemperatur des Aerosols in der unruhigen Atmosphäre. Acta Albertina Ratisbonensia 29, 1969, S. 75  
  
B. Heß, H. Frank und I. Köck, La température propre de l'aérosol en atmosphère agitée. Journ. de Recherches Atmosphériques 4, 1969, S. 7
  
- <sup>5</sup> W. König, Über das Mitschwingen kleiner Körper in Schallwellen. Ann. Phys. 354, 1916, S. 648.