

Stehende Wellen in einer Suspension

von

H. Frank, B. Heß und I. Köck +)

Zusammenfassung: In Hydrosolen wurden stehende Wellen von 6,2 mm Wellenlänge erzeugt. Die statistisch verteilten dispergierten Partikel ordnen sich im Schallraum zu Maxima der Partikeldichten in den Schwingungsknoten und Minima in den Schwingungsbäuchen. Die Umverteilung der Partikel läßt sich als Diffusionsvorgang auffassen, wobei die Partialdruckunterschiede durch verschiedene starke "Aufheizung" der Partikel in der stehenden Welle entstehen. Die maximalen "Partikeltemperaturen" in den Schwingungsbäuchen sind von der Größenordnung 10^{10} Grad.

Stehende Wellen entstehen bei Interferenz zweier Wellen gleicher Wellenlänge und entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung. Die im Folgenden beschriebenen Versuche wurden mit stehenden Wellen in Wasser bzw. in Suspensionen mit Wasser als Dispersionsmittel gemacht. Die entgegenlaufende Welle wurde durch Reflexion der primären Welle erzeugt.

Der Schallraum (Fig. 1) war eine Cuvette aus 8 mm dickem Plexiglas von 70:60:80 mm lichter Weite. Die Schmalseite hatte

Eingegangen am 24. 4. 1974

+))

Anschriften der Verfasser: Dr. Heinrich Frank, I. Universitäts-Frauenklinik, 8 München, Maistr. 11; Prof. Dr. Bernhard Heß, Dr. I. Köck, Staatliches Physikalisches Institut Regensburg, 84 Regensburg, Agidienplatz 2

eine kreisförmige Öffnung von 32 mm Durchmesser, in der ein aus Bleizirkonattitanat bestehender Piezoschwinger mit einem Durchmesser von 40 mm und einer Dicke von 10 mm wasserdicht montiert war. An der gegenüberliegenden Seite war in der Cuvette der Reflektor aus Kupfer von 32 mm Durchmesser und 5 mm Dicke von außen verschiebbar angebracht, so daß der Abstand zwischen Schallgeber und Reflektor auf Resonanz eingestellt werden konnte. Bei einer Resonanzfrequenz von 240 kHz und 80 V betrug die Schallintensität ca. 1 W/cm^2 .

Damit die zur Sedimentation benutzten Pulver einigermaßen gleichmäßig verteilt in das beschallte Wasservolumen eintraten, fiel das Pulver aus einem Loch im Vorratsgefäß zunächst auf ein Prallbrett und von dort in eine 1 m lange Wassersäule (Querschnitt 20:40 mm), die auf die Cuvette aufgesetzt war (Fig. 2). Aus diesem Fallrohr bewegten sich die suspendierten Partikel mit ihrer Sinkgeschwindigkeit ziemlich gleichmäßig verteilt in den Schallraum. Die Beleuchtung des Schallfeldes erfolgte schräg von oben mittels eines direkt über der Cuvette hinter dem Fallrohr angebrachten Spiegels, so daß die suspendierten Teilchen hell auf dunklem Grund erschienen.

Zunächst wurden die Schallbewegungen des Wassers ohne Suspension mit einer Sonde untersucht. Die Sonde bestand aus einem Thermoelement von 0,4 mm Durchmesser. Die Lötstelle war umgeben von 10 Windungen eines 0,04 mm starken Kupferdrahtes. Mit Hilfe dieses von etwa 0,5 A durchflossenen Heizdrahtes wurde die unmittelbare Umgebung des Thermoelementes auf ca. 32°C aufgeheizt. Bei Beschallung des Wassers sinkt diese vom Thermoelement angezeigte Temperatur je nach der Stärke der Bewegung des umgebenden Wassers mehr oder weniger stark. Die Temperaturen wurden in Abständen von 0,5 mm in Richtung Reflektor - Schallgeber gemessen.

Die bei einer Effektivspannung am Schwinger von 100 V gemesse-

nen Temperaturänderungen des Thermoelements betragen 0,1 bis 0,4°C. Sie sind in Fig. 3 in Abhängigkeit vom Abstand der Sonde vom Reflektor eingetragen. Die Änderungen schwanken rhythmisch mit einer Wellenlänge von rund 6 mm, der Länge der stehenden Wellen (λ) des verwendeten Ultraschalls von 240 kHz in Wasser. An den Orten geringster Temperaturabnahme, d.h. bei den Bergen der ΔT -Kurve in Fig. 3, sind die Schwingungsknoten, an den Orten der größten Temperaturabnahme die Schwingungsbäuche der stehenden Welle zu lokalisieren.

Befinden sich im Wasser suspendierte Teilchen, so ordnen sich diese im Gebiet der stehenden Wellen zu Maxima und Minima der Teilchendichte. Diese Ordnung bleibt nach visuellem Urteil im Gebiet der stehenden Welle unverändert bestehen. Im unteren Viertel der Cuvette sind die stehenden Wellen nicht mehr ausgeprägt. In Fig. 4 ist Sand (Partikeldurchmesser 80 bis 200 μm), in Fig. 5 Zinkpulver (mittlerer Durchmesser 3 μm) und in Fig. 6 Mehl (Durchmesser 1 bis 30 μm) das dispergierte Material. In der Tabelle sind die zur Suspension verwendeten Pulver, nach abnehmendem Radius geordnet, aufgezählt. Die Maxima-Minimabildung in Hydrosol konnte beobachtet werden bei den fünf ersten Partikelsorten, also bei Teilchenradien zwischen etwa 150 und 0,3 μm . Auch in von oben nach unten strömender Suspension wurde die Maxima-Minimabildung im Beschallungsraum beobachtet.

Die relative Lage der maximalen Teilchendichte zu den Schwingungsknoten der stehenden Wasserwelle wurde untersucht. Zunächst wurde die Sonde auf den Ort z.B. einer extremen Abkühlung im Wasser ohne dispergierte Partikel eingestellt. Dann wurden die sinkenden Partikel einströmen gelassen und deren Verteilung zusammen mit der Sonde photographiert. So konnte die Lage der Extrema der Partikeldichten zu den Extrema der Wasserschwingungen bestimmt werden. Beide fallen fast genau zusammen. Die Lage der Maxima der Partikeldichte ist in Fig. 3 durch vertikale Striche markiert.

Pulver	Dichte g/cm ³	mittlere Teil- chengröße µm	Form
Quarzsand	2,7	200	unregelmäßige Körner
Kupfer	8,9	25	sphärisch
Zink	7,1	3	sphärisch
Eisenoxid	5,1	0,8	
Eisenoxid	5,0	0,3	
Titandioxid	3,9	0,2	Flocken
Eisenoxid	5,0	0,1	
Aluminiumoxid	3,4	0,02	Flocken
Siliciumdioxid	2,4	0,01	Flocken

Tabelle I

Bei dem Übergang von der statistischen Verteilung zur Maxima-Minimaverteilung müssen Eigenbewegungen der dispergierten Teilchen relativ zur Flüssigkeit vorhanden sein. Auf die Partikel muß also im Schallraum Energie übertragen werden, die ihnen die Ortsverlagerung im Suspensionsmedium ermöglicht. Hier soll diese zusätzliche kinetische Energie der Partikel als Wärmeenergie und die Änderung der Verteilung als Diffusionsvorgang behandelt werden.

Erfolgt der Übergang von der statistischen Verteilung zur Extrema-Verteilung durch Diffusion, so können die dafür verantwortlichen Partialdruckunterschiede nur durch Temperaturunterschiede zustandekommen. Die Umordnung von der einen in die andere Dichteverteilung findet am oberen Rande des Schallraumes statt. Da der

Übergang auf einer nur sehr kurzen Fallstrecke von wenigen Millimetern erfolgt, müssen die durch hohe Temperaturdifferenzen entstandenen Partialdruckunterschiede sehr groß sein.

Um prüfen zu können, ob das Sich-Ordnen der suspendierten Partikel zu der beobachteten Maxima-Minimaverteilung sich als ein Diffusionsvorgang auffassen läßt, wurde der Dichteverlauf der Partikel photometrisch aus den Negativen der Photoaufnahme bestimmt. Der Photometerspalt betrug $1.0,005 \text{ mm}^2$.

In Fig. 7 ist der für Sand ermittelte Dichteverlauf im Bereich einer Wellenlänge dargestellt. Für die Ordinatenwerte ist eine willkürliche Einheit, für die Abszisse der wahre Abstand in Wasser gewählt. Der O-Punkt wurde ins Maximum der Teilchendichte verlegt.

Die ermittelte Kurve kann im Gebiet kleiner Teilchendichten durch $\frac{C}{\sin^2(2\pi/\lambda)x}$ (C Konstante) angenähert beschrieben werden. Für $C = 4,3$ ist diese Funktion in Fig. 7 beim ersten Dichteabfall gestrichelt mit eingetragen. Sie fällt ab etwa $x = 0,6 \text{ mm}$ mit den experimentellen Werten zusammen. In diesem Gebiet der kleinen Teilchendichten ist also

$$N_v = \frac{4,3}{\sin^2(2\pi/\lambda)x} \quad (1)$$

Da in der stehenden Welle die Schnelle (u) sich mit $\sin \frac{2\pi}{\lambda} x$ ändert, heißt das: Die Teilchendichten in diesem Gebiet sind umgekehrt proportional dem Quadrat der Schnelle an dem betreffenden Ort.

Für den Partialdruck suspendierter Partikel, die als einatomiges Gas betrachtet werden können, gilt die Zustandsgleichung

$$p = k.A.N_v.T \quad (2)$$

(k Boltzmann-Konstante, N_v Werte der Dichten in Fig. 7, $A.N_v$ An-

zahl der Partikel in 1 cm^3 Suspension, T absolute Temperatur).

$$N_v = \frac{p}{k \cdot A \cdot T} \quad (3)$$

Nach Gl. (1) und (3) erhält man:

$$T = \frac{p}{k \cdot A \cdot C} \cdot \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (4)$$

Die einfache Beziehung (2) zwischen Druck, Teilchendichte und Temperatur gilt bei größeren Teilchendichten nicht mehr, wie aus den näher beim Dichtemaximum gelegenen Meßpunkten der Fig. 7 zu ersehen ist. Das könnte seinen Grund haben in einer Änderung des funktionalen Zusammenhangs zwischen der Partikel-"Temperatur" und der Wasserschwingung an dem betreffenden Ort x (Gl. (4)). Zuerst muß jedoch der Einfluß des Eigenvolumens der Partikel bei größeren Teilchendichten berücksichtigt werden. Dies kann erfolgen durch Verwendung der van der Waals'schen Volum-Korrektion

$$p = k \cdot A \cdot N_v \cdot T \frac{1}{1 - 4 \cdot v \cdot A \cdot N_v} \quad (5)$$

(v Volumen einer Partikel).

$$N_v = \frac{1}{A \left(\frac{kT}{p} + 4v \right)}$$

Unter der Voraussetzung, daß auch im Gebiet größerer Teilchendichten die Abhängigkeit der "Temperatur" T von der Schnelle nach Gl. (4) erhalten bleibt, wird

$$N_v = \frac{C}{\sin^2(2\pi/\lambda)x + A \cdot C \cdot 4v} \quad (6)$$

Eine Übereinstimmung der beobachteten Maxima-Minimaverteilung mit dieser Gleichung würde besagen: Wird in einer Suspension eine stehende Welle erzeugt, so ändert sich die Dichteverteilung durch Diffusion der Partikel und zwar so lange, bis der durch Erhöhung der kinetischen Energie der Partikel entstandene osmotische Druck des dispergierten Materials überall gleich groß ist.

Für den Faktor A in Gl. (6) ergibt sich:

$$A = \frac{1}{4v} \left(\frac{1}{N_v} - \frac{\sin^2(2\pi/\lambda)x}{c} \right)$$

Mit einem mittleren Sandkornvolumen $v = 7,61 \cdot 10^{-6} \text{cm}^3$ ergeben sich aus den experimentellen N_v -Werten zwischen dem ersten und zweiten Dichtemaximum der Fig. 7 als Umrechnungsfaktor A von den willkürlichen Dichtewerten N_v zu den wahren Dichten $A \cdot N_v$ die in der zweiten Spalte der folgenden Tabelle eingetragenen A-Werte.

x (mm)	A	N_v nach v.d.Waals	N_v experimentell
0,07	$3,3 \cdot 10^2$	97	89
0,22	$3,8 \cdot 10^2$	50	45
0,36	$3,8 \cdot 10^2$	26	25
0,50	$3,0 \cdot 10^2$	16	16
0,65	$7,3 \cdot 10^1$	11	11
0,79	$1,4 \cdot 10^2$	8	8
2,24	$9,3 \cdot 10^1$	10	11
2,38	$3,5 \cdot 10^2$	13	13
2,52	$2,5 \cdot 10^2$	18	19
2,67	$2,6 \cdot 10^2$	28	29
2,81	$3,0 \cdot 10^2$	46	46
2,96	$3,2 \cdot 10^2$	81	78

Tabelle II

Die A-Werte stimmen nicht voll überein. Die Übereinstimmung der mit einem mittleren A von $3 \cdot 10^2$ berechneten N_v -Werte in der dritten Spalte der Tabelle II mit den in der vierten Spalte eingetragenen experimentellen Werten ist jedoch angesichts der unten genannten Fehlerquellen hinreichend, um eine Anwendung der Diffusionsgesetze auf die Dichteverteilung dispergierter Partikel von Hydrosolen in stehenden Wellen zu rechtfertigen.

In Fig. 7 sind für die vier Viertelwellenlängen die experimentellen N_v -Werte als Punkte und die mit Hilfe der van der Waals'schen Gleichung ermittelten Werte als Kreise eingetragen. Die C-Werte waren für jede Viertelwellenlänge gesondert ermittelt worden. Es zeigte sich dabei, daß die Temperatur, die proportional dem reziproken Wert von C ist, mit Zunahme des Abstands vom Reflektor um eine Wellenlänge etwa auf die Hälfte abnimmt. Die aus Sandzufuhr und mittlerer Sinkgeschwindigkeit sich ergebenden mittleren Dichten der Sandkörner stimmen mit den berechneten mittleren Partikeldichten größenordnungsmäßig überein.

Die Ungenauigkeit der Berechnung, die zur Prüfung der Anwendbarkeit der van der Waals'schen Gleichung durchgeführt wurde, ist insbesondere bedingt durch den Größenbereich und auch durch die Verschiedenheit der Form der Sandkörner mit ihrem Einfluß auf die Sinkgeschwindigkeit und die Schnelle der Partikel sowie durch den Einfluß der Begrenzungen von Schallquelle, Reflektor und Schallraum.

Die relativ gute Beschreibbarkeit der experimentell ermittelten Dichteverteilung durch die van der Waals'sche Gleichung erlaubt es, das Ergebnis der Untersuchung wie folgt zu formulieren:

Ein dispergierter Stoff verteilt sich in der stehenden Welle einer Suspension so, wie es die Zustandsgleichung für Gase für Partikeltemperaturen fordert, die jeweils proportional dem Quadrat der örtlichen Schnelle sind.

+

Die Proportionalität der "Partikeltemperatur" mit dem Quadrat der Schnelle des Suspensionsmittels steht im Einklang mit der in einer früheren Arbeit ⁺⁾ für suspendierte Partikel in einer

+))

H. Frank und B. Heß, Diffusion suspendierter Partikel in einer ungleichförmig bewegten Suspension. Acta Albertina Ratisbonensia 33, 1973, S. 4 bis 19

ungleichförmig bewegten, speziell einer harmonisch schwingenden Suspension aus den Schwingungs- und Materialdaten abgeleiteten Formeln für die "Schütteltemperatur". Bei Berücksichtigung der Schwingungsdifferenz zwischen Suspensionsmittel und suspendierten Partikeln wurde dort erhalten:

$$T_S = \frac{2\pi}{3k} r_P^3 \frac{(\rho_P - \rho_F)^2}{\rho_F} A u^2$$

$$\text{mit } A = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi}\right)b^2 + \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} + 1\right)b}{a^2 + 3ab + 4,5b^2 + 4,5b^3 + 2,25b^4}$$

$$\text{und } a = \frac{1 + 2\rho_P/\rho_F}{3}, \quad b = \frac{1}{r_P} \sqrt{\frac{\eta}{\pi \rho_F r}}$$

Die mit dieser Temperaturformel für die 3 Schwingungsbäuche der Wellenbewegung Fig. 7 berechneten Schütteltemperaturen sind von der Größenordnung 10^{10}°

Die Untersuchung zeigte, daß das Sich-Ordnen der suspendierten Partikel eines Hydrosols zu Maxima und Minima der Partikel-dichte in stehenden Wellen als Wärmeproblem behandelt werden kann.

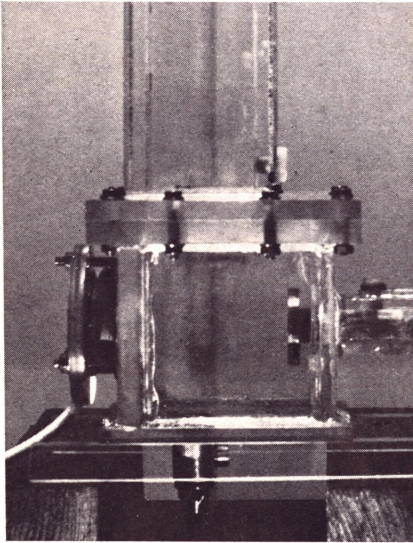


Fig. 1 Schallraum, rechts Reflektor

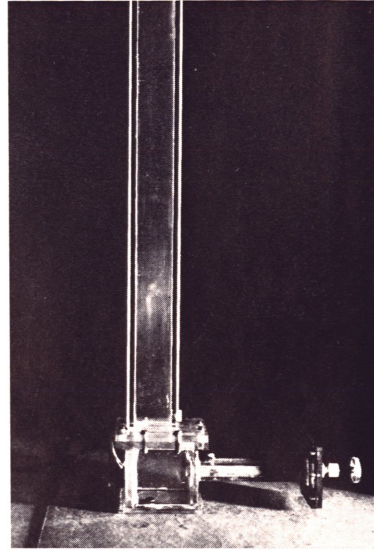


Fig. 2 Schallraum mit aufgesetzter Cuvette

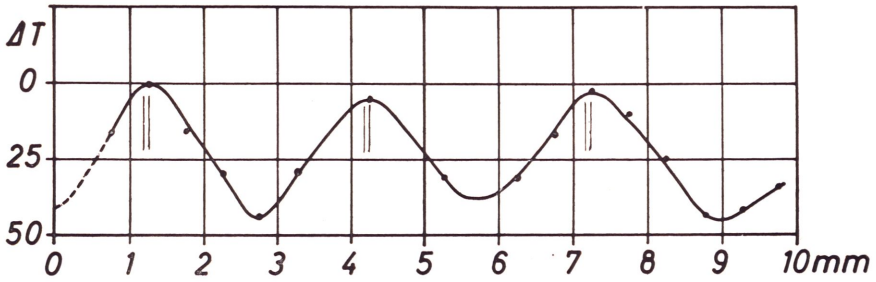


Fig. 3 Abkühlung des Thermoelements in Abhängigkeit vom Meßort

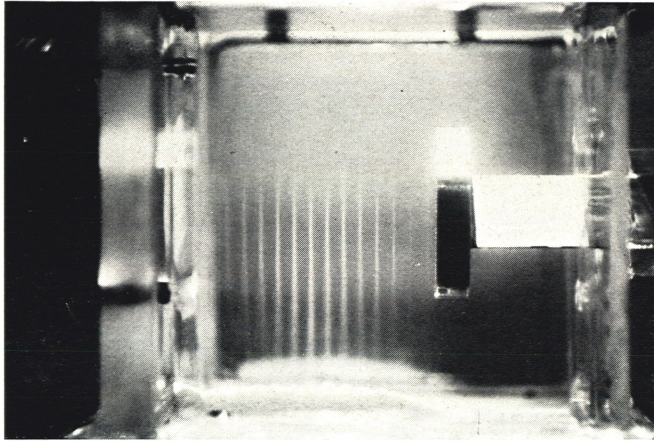


Fig. 4 Hydrosol mit Sand, \varnothing 80 bis 200 μm , BZ 10 sec

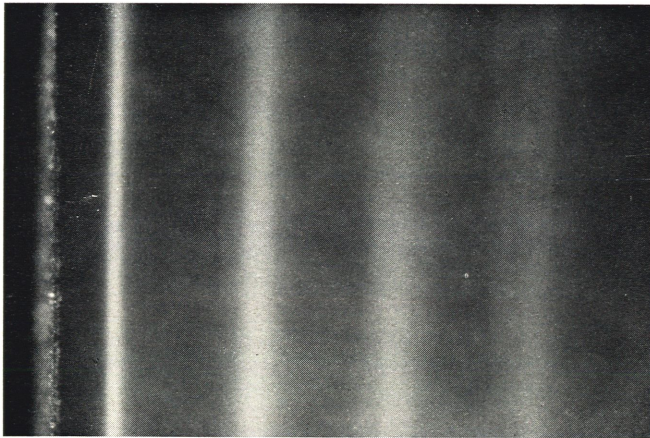


Fig. 5 Zinkpulver, \varnothing 3 μm , BZ 10 sec, Ausschnittvergrößerung

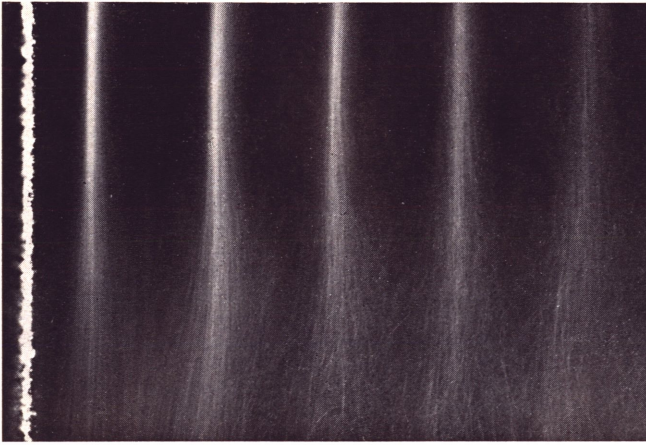


Fig. 6 Mehl, \varnothing 1 bis 30 μ m, BZ 10 sec, Ausschnittvergrößerung

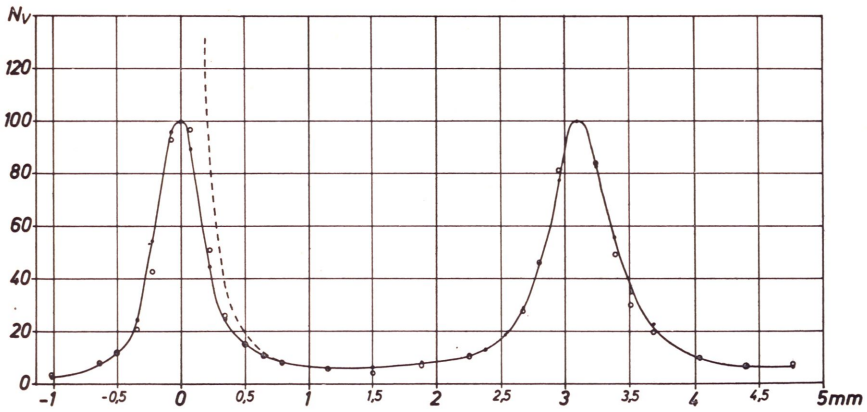


Fig. 7 Dichteverteilung, \bullet experimentell ermittelt,
 \circ mit Hilfe der van der Waals'schen Gleichung rechnerisch ermittelt