

DIE PROJEKTION DER WELTKARTE IN DEN ATLANTEN VON BATTISTA AGNESE

Ein Beitrag zur Entwicklung der Kartennetze in der ersten Hälfte
des 16. Jahrhunderts

von

Rüdiger Finsterwalder *

Zusammenfassung

Zu Beginn des 16. Jahrhunderts wurden erstmals Erdkarten mit ovaler Begrenzung und gleichabständigen, geraden Breitenkreisen konstruiert. Die Meridiane haben in diesen Karten unterschiedliche, meist ellipsenähnliche Formen. Eine Sonderstellung unter den ovalen Weltkarten nimmt der zum ersten Mal von dem Venezianer Battista AGNESE benutzte Entwurf mit gerader Pollinie und kreisförmigen Meridianen ein. Er ist mathematisch exakt definiert und einfach zu zeichnen.

Die Abbildungsgleichungen dieses Entwurfs werden angegeben und seine Verzerrungseigenschaften diskutiert.

Summary

In the beginning of the 16th century for the first time world maps with an oval shape and with equidistant and straight parallels of latitude are used. The meridians in these maps show different forms, generally they resemble ellipses.

A projection which was used by the Venetian cartographer Battista AGNESE in his atlases has an outstanding rank among the oval map projections. The graticule is characterised by a straight pole line and meridians of circular form. The projection has an exact mathematic definition and the graticule is very easy to construct.

The projection formulas are derived and the distortions are discussed.

* Prof. Dr. Rüdiger Finsterwalder, Lehrstuhl für Kartographie und Reproduktionstechnik, Technische Universität München, Arcisstr. 21, 8000 München 2

1. Einleitung

Die Entdeckung Amerikas 1492 und die damit verbundene Erweiterung des Weltbildes hatte auch auf die Kartographie einen nachhaltigen Einfluß ausgeübt. So ergab sich die Notwendigkeit, nunmehr die gesamte Erdkugel in einem Stück abzubilden. Dies führte zu Beginn des 16. Jahrhunderts zur Entwicklung neuer Weltkartennetze, die sich von den zur Abbildung der alten Welt etwa in den Ptolemäusgaben benutzten Netzen beträchtlich unterschieden.

Als erstes dieser Netze sei das von STABIUS-WERNER (1514) erwähnt, das die Erde in herzförmiger Form zeigt. Es wurde vor allem in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts benützt, so z.B. von Peter APIAN für seine Weltkarte vom Jahre 1530.

Kurz nach den herzförmigen Projektionen tauchen dann die sog. ovalen Projektionen auf, die ihren Namen von der ovalförmigen Begrenzung des Erdbildes haben. Sie sind ferner dadurch ausgezeichnet, daß die Breitenkreise geradlinig und gleichabständig verlaufen, weshalb sie auch zu den unechten Zylinderprojektionen zu rechnen sind.

Der folgende Beitrag befaßt sich kurz mit der Entwicklung dieser ovalen Projektionen und behandelt dann etwas ausführlicher das Netz mit kreisförmigen Meridianen.

2. Die ovalen Projektionen ohne gerade Pollinie

Die ersten ovalen Weltkarten sind offensichtlich so konstruiert, daß eine mehr oder weniger ellipsenförmige Umgrenzung angenommen wurde, deren Achsenverhältnis etwa 1:2 oder etwas größer war. Die zur großen Achse parallelen, gleichabständigen Breitenkreise wurden jeweils in gleich viele Stücke unterteilt. Die Verbindung der Teilpunkte ergab die Meridiane, die am Pol zusammenlaufen und mehr oder weniger gute Ellipsenform aufweisen. Der Mittelmeridian ist geradlinig. Eine Andeutung dieser Projektion findet sich bei Peter APIAN im *liber cosmographicus* (1524). Hier sind in einem Oval mit den Durchmessern von 7,5 cm und 5,5 cm einmal die Meridiane, in einem anderen mit den Durchmessern 9 cm und 5,5 cm die Breitenkreise im Abstand von 10° eingetragen. Das gesamte Netz ist hingegen nicht abgebildet. Die ersten in dieser Projektion erstellten Karten sind:

1. 1528, Weltkarte in Benedetto BORDONES *Isolario*, Venedig. Das Verhältnis Mittelmeridian zu Äquator beträgt 1:2. Der Breitenkreisabstand ist $11 \frac{1}{4}^\circ$ (aus dem Verhältnis 180:16), der Meridianabstand 20° . Keiner der Meridiane hat Kreisform. Eine Pollinie ist nicht eindeutig zu erkennen. Abgebildet bei NORDENSKJÖLD, 1973; Tafel XXXIX.
2. 1532, Francesco ROSSELLI: Weltkarte im *Isolario* von SONETTI, Venedig. Das Seitenverhältnis ist 1:1,88 (in der Handzeichnung 1:1,95). Das 10° -Netz zeigt ellipsenförmige Meridiane; an den Polen ist die Begrenzungslinie weniger flach als bei BORDONE.

Kein Meridian hat Kreisform. Karteninhalt und Ausführung sind wesentlich besser als bei BORDONE. Abgebildet bei CRINÖ, 1938.

3. 1532, S. GRYNÆUS (Johann HÜTTICH) in "Novus Orbis", Basel, nach Sebastian MÜNSTER. Das Seitenverhältnis beträgt 1:1,87. Die Ellipsenform ist weniger gut als bei 2. getroffen (leichte Ausbuchtungen bei etwa $\varphi = 70^\circ$). Die Maschenweite beträgt 10° . Kein Meridian hat Kreisform (siehe NORDESKJÖLD, 1973; Tafel XLII).
4. 1534, Joachim VADIANUS (von WATT), "Typus cosmographicus universalis", Zürich 1534. Das Seitenverhältnis ist 1:2. Die Ausbuchtungen sind noch größer, so daß sich eine schwach gekrümmte Pollinie ergibt. Der äußerste Meridian nähert sich der Kreisform. Die Pollinie verhält sich zum Äquator wie 1:1,39. Die Maschenweite beträgt 10° . Abgebildet bei NORDESKJÖLD, 1973: 105.
5. Circa 1530, Anonymus: Planisfero ovale aus einer Ptolemäus-Ausgabe. Das Seitenverhältnis ist 1:2. Das 10° -Netz hat annähernd Ellipsenform, ähnlich wie bei der Rosselli-Karte (in: ALMAGIÀ, 1944: 58-59; Tav. XXX).

Der Vergleich dieser Karten zeigt, daß noch keine streng mathematische Festlegung der Projektionen stattgefunden hat. Dies ist u.a. auch dadurch zu erklären, daß die zeichnerische und rechnerische Behandlung der Ellipse bei den Kartographen noch auf Schwierigkeiten stieß.

3. Die ovale Projektion mit gerader Pollinie

Einen großen Fortschritt stellt deshalb die "ovale" Projektion dar, die sich seit dem Jahre 1536 in den handschriftlichen Atlanten des Battista AGNESE findet. Battista AGNESE, ein gebürtiger Genuese, hatte in Venedig ein kartographisches Büro und brachte in der Zeit von 1536-1564 an die 60 Atlanten im Portolanstil heraus. Fast in allen befindet sich eine "ovale" Weltkarte (WAGNER, 1931). AGNESE bildet darin die Erde nach folgendem Schema ab: 1)

Zunächst wird die halbe Erde als Kreis wiedergegeben, der durch einen geradlinigen Mittelmeridian halbiert wird (Abb. 1, s. Beilage). Die Breitenkreise sind gleichabständige, parallele Gerade senkrecht zum Mittelmeridian. In denselben Abständen, in denen der Mittelmeridian von den Breitenkreisen unterteilt ist, wird auch der Äquator von den Meridianen unterteilt. Letztere sind Kreise, die alle durch die beiden Schnittpunkte des Mittelmeridians mit dem Begrenzungskreis der Erdhalbkugel laufen (Nord- und Südpol).

Diese Projektion zur Abbildung der Erdhalbkugel findet sich schon vorher bei Planigloben des 16. Jahrhunderts, z.B. bei den Kärtchen des FRANCISCUS MONACHUS 2) (ca. 1526). GLAREANUS benutzt 1527 ebenfalls diese Konstruktion der Meridiane, wogegen er die Breitenkreisabstände zum Pol hin abnehmen läßt (WAGNER, 1932).

Die Abbildung der noch fehlenden Halbkugel ("Außenraum") erfolgt nach einem anderen Gesetz und zwar so, daß man von einer "zusammengesetzten" Projektion sprechen kann: Die durch den Mittelmeridian gebildeten Hälften des Begrenzungskreises werden parallel zu sich längs des Äquators verschoben, wobei die Verschiebungsbeträge gleich den Abständen der Breitenkreise bzw. der Meridiane am Äquator ("Innenraum") sind. Die Umhüllende dieser Kreisschar liefert zwei Pollinien, die die gleiche Länge wie der Mittelmeridian bzw. die halbe Länge des Äquators haben. Die erstmalige Verwendung einer geraden Pollinie ist somit eindeutig AGNESE und nicht BORDONE zuzuschreiben, wie es verschiedentlich geschieht (z.B. FREITAG, 1968).

Der Entwurf kann sehr einfach gezeichnet werden, da er nur aus Geraden und Kreisen besteht. Die wechselnden Radien der Meridiankreise des Innenraums lassen sich außerdem sehr leicht durch Probieren mit dem Zirkel finden. Die Netze dürften in der damaligen Zeit auch so konstruiert worden sein.

Einen Übergang von der ellipsenförmigen Projektion zu der mit gerader Pollinie von AGNESE zeigt eine Weltkarte der Ptolemäusausgabe Seb. MÜNSTERS, Basel 1540. Während die Meridiane hier bereits genauso wie bei AGNESE konstruiert sind, ist die Pollinie noch nicht eine Gerade, sondern leicht gekrümmt (NORDENSKJÖLD, 1973; Tafel XLIV).

Schöne Beispiele für den beschriebenen Entwurf mit gerader Pollinie sind:

1. Die Weltkarte der Ptolemäusausgabe von Venedig, 1548 (NORDENSKJÖLD, Faksimileatlas, Tafel XLV; auf derselben Tafel ist auch ein Planiglobus aus Venedig vom Jahr 1561, der dieselbe Projektion wie der "Innenraum" der Agnese-Weltkarten zeigt).
2. Die große Weltkarte in Abraham ORTELIUS' "Theatrum orbis terrarum", Antwerpen 1570.
3. Thomas PORCACCHI's Weltkarte "L'isole piu famose del monde", Venedig 1572 (NORDENSKJÖLD, Faksimileatlas, Tafel XLIX).

Die aufgeführten Beispiele zeigen, daß die ovale Projektion mit Pollinie besonders von den venezianischen Kartographen bevorzugt wurde. Sie fand bald weitere Verbreitung und hatte ihre Blütezeit Mitte bis Ende des 16. Jahrhunderts. Dann verschwand sie wieder rasch. Nach FIORINI (1895) wurde sie zum letztenmal 1783 von LOTTER für eine Erdkarte verwendet.

IV. Abbildungsgleichungen der "Agnese-Projektion"

a) Innenraum

Zur Ableitung der Abbildungsgleichungen wird das Koordinatensystem so gelegt, daß die x-Achse mit dem Mittelmeridian, die y-Achse mit dem Äquator zusammenfällt. Nimmt man den Erdradius mit 1 an, so ist der Abstand zwischen Nordpol N und Südpol S gleich π (s. Abb.2).

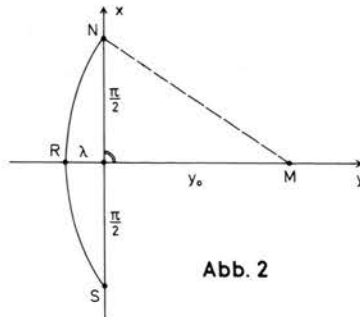


Abb. 2

Abb. 2: Konstruktion zur Verdeutlichung der Abbildungsgleichung
(Erläuterung im Text)

Für einen Kreis, dessen Mittelpunkt M auf der y -Achse liegt und der durch die Punkte N, R, S geht, gelten die Beziehungen

$$r^2 = (\gamma - \gamma_0)^2 + x^2 \quad (\text{Kreisgleichung})$$

$$r^2 = \gamma_0 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \quad (\text{Radiusgleichung})$$

$$r = \gamma_0 + \lambda \quad (\text{Mittelpunktsgleichung})$$

Durch Elimination von γ_0 und r und unter Verwendung der Beziehung $x = \varphi$ (äquidistanter Zylinderentwurf) erhält man für den Innenraum die Abbildungsgleichungen:

$$x = \varphi$$

$$y = \frac{\frac{\pi^2}{4} - \lambda^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{\pi^2}{4} - \lambda^2}{2\lambda}\right)^2 - \varphi^2 + \frac{\pi^2}{4}}$$

b) Außenraum

Der den Innenraum begrenzende Kreis hat die Gleichung:

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

Verschiebt man den Kreis auf der y-Achse (Äquator) um einen Längenunterschied $\Delta\lambda$, so ergibt sich:

$$x^2 + (y - \Delta\lambda)^2 = \frac{\pi^2}{4}$$

Mit den Beziehungen $\Delta\lambda = \lambda - \frac{\pi}{2}$ und $x = \varphi$ ergeben sich die Abbildungsgleichungen zu:

$$x = \varphi$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{\pi^2}{2} - \varphi^2} + \left(\lambda - \frac{\pi}{2}\right)$$

Die Abbildungsgleichungen gelten jeweils für den Erdradius $R = 1$.

5. Verzerrungsverhältnisse der "Agnese-Projektion"

1. Außenraum

Bereits aus der Abbildung 1 (s. Beilage) ist erkenntlich, daß der Entwurf weder winkel- noch flächentreu ist.

a) Flächenverzerrung

Eine differentielle Gradabteilung auf der Kugel (Rechteck mit der Fläche $dF = d\varphi \cdot d\lambda \cdot \cos\varphi$) wird im Entwurf als Parallelogramm mit der Höhe $d\varphi$ und der Grundlinie $d\lambda$ abgebildet. Die Fläche dF' beträgt somit: $dF' = d\varphi \cdot d\lambda$ und die Flächenverzerrung

$$v_F = \frac{dF'}{dF} = \frac{1}{\cos\varphi}$$

Das ist dieselbe Flächenverzerrung wie bei der quadratischen Plattkarte.

b) Winkelverzerrung

Aus dem Winkel zwischen den Netzlinien und den Längenverzerrungen in Breitenkreis- und Meridianrichtung läßt sich die Tissot'sche Indikatrix bestimmen und daraus die maximale Winkelverzerrung berechnen. Die Flächen- und maximalen Winkelverzer-

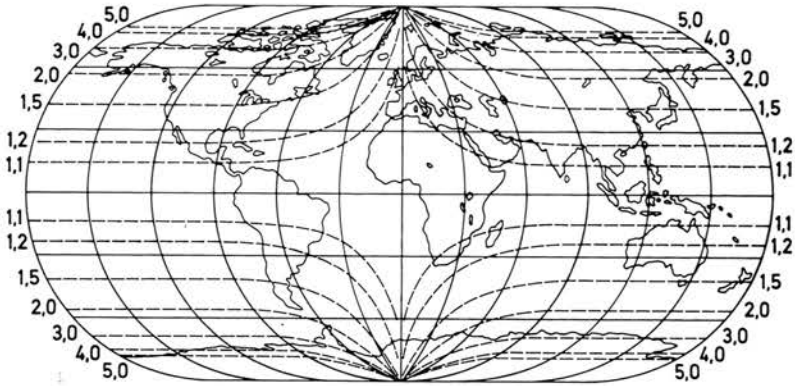


Abb. 3 Linien gleicher Flächenverzerrung

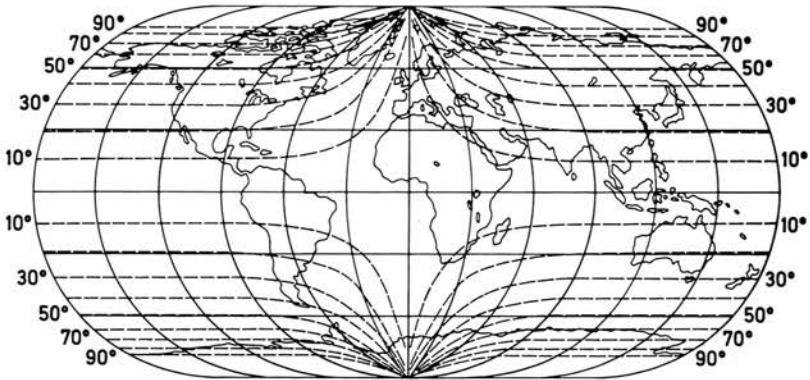


Abb. 4 Linien gleicher maximaler Winkelverzerrung

rungen sind in Abb. 3 und 4 durch Isolinien dargestellt. Während am Äquator die Winkelverzerrung Null ist, wächst sie zum Pol hin bis auf 180° an. Die Zunahme erfolgt rascher als bei der quadratischen Plattkarte.

2. Innenraum

Flächen- und Winkeltreue herrscht nur am Äquator. Längs des Mittelmeridians ist eine, wenn auch geringe Längenverzerrung in Breitenkreisrichtung vorhanden. Sie erreicht am Pol ihren größten Wert mit 1,27. An der Grenze zum Außenraum weisen die Verzerrungen keine Unstetigkeit (Sprünge) auf. Die dort erreichten Verzerrungswerte setzen sich unabhängig von der geographischen Länge in den Außenraum fort (Abb. 2 und 3).

3. Zusammenfassende Beurteilung

Vergleicht man den Entwurf von Agnese mit den vor ihm benutzten Weltkartenprojektionen, so lassen sich folgende Vorzüge feststellen:

- a) Er ist leicht zu konstruieren, da nur Kreise und Gerade verwendet werden.
- b) Er ist mathematisch eindeutig definiert.
- c) Er hat eine ansprechende Form, da keine Ecken vorhanden sind.
- d) Er weist geradlinige und gleichabständige Breitenkreise auf.

Nachteilig zu vermerken sind die nicht unbeträchtlichen Flächenverzerrungen im Außenraum.

Der Entwurf hat zweifellos einen großen Fortschritt in der Darstellung der gesamten Erde gebracht. Nicht umsonst ist er auch im 16. Jahrhundert weit verbreitet gewesen.

Anmerkungen

- 1) Eine Beschreibung der Projektion findet sich auch bei FIORINI (1881) und TISSOT-HAMMER (1887).
- 2) Von KEUNING (1955) fälschlicherweise als orthographische Projektion bezeichnet.

Literatur

- ALMAGIÀ, R. (1944): Planisferi, Carte nautiche e affini del secolo XIV al XVII esistenti nella Biblioteca Apostolica Vaticana, Città de Vaticano.
- CRINÒ, S. (1938): L'atlante inedito di Francesco Rosselli e la sua importanza nell'evoluzione cartographica del periodo delle grandi scoperte. in: Comptes rendus du Congrès international de géographie Amsterdam 1938; Tome deuxième; Travaux de la section IV: Géographie historique et histoire de la géographie. Leiden.
- FIORINI, M. (1881): Le proiezioni delle carte geografiche, Bologna.
- FIORINI, M. (1895): Sopra tre speciali proiezioni meridiane ed i mappa mondi ovali delle secolo XVI. in: Memorie della Società geografica Italiana. V (1895); S. 165-201.
- FREITAG, U. (1968): Zeittafel zur Geschichte der Kartennetzlehre. in: Kartographische Nachrichten; S. 92.
- KEUNING, J. (1955): The history of geographical map projections until 1600. in: Imago mundi XII (1955). S. 1-24.
- NORDENSKJÖLD, A.E. (1897): Periplus. Stockholm.
- NORDENSKJÖLD, A.E. (1973): Faksimile-Atlas. Stockholm, 1889. New York.
- TISSOT, A. & E. HAMMER (1887): Die Netzentwürfe geographischer Karten. Stuttgart.
- WAGNER, H.R. (1931): The manuscript Atlases of Battista Agnese. in: Papers of the Bibliographical Society of America, XXV (1931); S. 104-108.
- WAGNER, K.H. (1932): Die unechten Zylinderprojektionen. Aus dem Archiv der Deutschen Seekarte, 51. Bd.; Nr. 4. Hamburg.

