EINIGE WECHSELWIRKUNGEN ZWISCHEN MATHEMATIK UND DEN INGENIEURWISSENSCHAFTEN IN ZENTRALEUROPA IM ZEITRAUM 1918 - 1938 *

von

WOLFGANG KAUNZNER **

Gewidmet Herrn Univ. Prof. Dr. Otto Volk, Würzburg, zum 95. Geburtstag am 13. Juli 1987

ZUSAMMENFASSUNG

Durch 2500 Jahre hindurch war der Begriff der mathematischen Strenge gekoppelt gewesen mit dem der axiomatischen Euklidischen Geometrie. Im 19. Jahrhundert wurde die Arithmetik zur Grundlage der Mathematik. Die Trennung in reine und angewandte Mathematik wurde in Deutschland erstmals in "Crelle's Journal" vollzogen, gegründet 1826. Der erste Lehrstuhl für angewandte Mathematik wurde 1904 in Göttingen von Carl Runge besetzt. Während der ersten Jahrzehnte unseres Jahrhunderts erfolgte der Aufschwung der numerischen Mathematik, parallel zur Entwicklung der Ingenieurkunst oder gar von ihr überholt, denn technologisches und physikalisches Wissen wuchsen damals wohl schneller an, als daß die Mathematik ihnen unmittelbar folgen konnte. Obwohl Felix Klein sehr um ein vernünftiges Zusammenwirken von reiner und angewandter Mathematik bemüht war, dauerten die Spannungen zwischen Vertretern beider Richtungen bis in die 20er Jahre unseres Jahrhunderts. Ein Merkmal der arithmetischen konstruktiven Numerik ist, daß infolge von Spezialfällen oft nur eine empirische ingenieurmäßige Berechnung erfolgen konnte, die man dann mehr als Kunst denn als Wissenschaft betrachtete. Die aus dem Ingenieurwesen, der Technologie und der Physik kommenden Probleme konnten jedoch meist nicht mehr ohne Einbezug empirischer Elemente behandelt werden.

---

* Der vorliegende Aufsatz war Vortragsthema auf der von der MTESZ Federation of technical and scientific Societies veranstalteten Tagung "The Development of Science and Technology in Central Europe between 1918 - 1938" vom 16. - 20. März 1987 in Budapest.

** Prof. Dr. Wolfgang Kaunzner,
Zollerstraße 9, 8400 Regensburg

Aufgrund der Bemühungen der angewandten Mathematiker stand im Zeitraum 1918 bis 1938 ein wirkungsvoller mathematischer Apparat zur Verfügung. In diesen Jahren erfolgte die klare und gleichberechtigte Trennung in reine und angewandte Mathematik. Seit damals ist der Begriff "Angewandte Mathematik" umrissen, nämlich als das Handwerkszeug des wissenschaftlich arbeitenden Ingenieurs. Diese Formulierung sollte aber über den normalen Sprachgebrauch hinaus verstanden sein, nämlich als Aufgabenbereich für denjenigen, der praktische Tätigkeiten auf der Basis wissenschaftlicher Voraussetzungen ausübt. So bestätigten die 30er Jahre unseres Jahrhunderts den Erkenntnisoptimismus David Hilberts, ausgelöst durch die Befürchtung, daß Mathematik in einzelne unzusammenhängende Teilmathematiken zerfallen könnte.

ABSTRACT

For 2500 years the idea of mathematical rigidity had been linked with the methods of Euclid's axiomatic geometry. In the 19th century arithmetic became the cornerstone of mathematics. In Germany the separation in pure and applied mathematics was for the first time performed in "Crelle's Journal", founded in 1826. The first chair for applied mathematics was held in Göttingen in 1904 by Carl Runge. In the first decades of our century lay the development of numerical mathematics, parallel to and even surpassed by rapid scientific findings in engineerings, because technology and mathematical physics probably increased more quickly in that time than mathematics. Although Felix Klein was much concerned with a sensible co-existence of pure and applied mathematics, the tension between the supporters of both movements continued well into the 20's of our century. Characteristic of the arithmetical, constructive numerics is that, due to its lack of generality, only an empirical, engineering method of calculation was possible in many cases, and therefore was considered to be more an art of calculation than a science. But the pressing problems from engineering, technology und physics could generally no longer be solved without empirical elements.

Thanks to the work of applied mathematicians an efficient mathematical apparatus was available in the period between 1918 and 1938, and in these years the clear and equal separation of pure and applied mathematics took place. Since then the term "applied mathematics" is more or less defined, namely as the tool of a scientifically working engineer; but this word should be understood over and above its commonplace meaning as a term for anyone who performs practical work on the level of scientific knowledge. So the 30's of our century confirmed David Hilbert in his optimism of knowledge. The basic concern here is that mathematics could fall apart into individual, separated mathematics.

Seit etwa 1480 gibt es in Mitteleuropa den Berufsmathematiker, nachdem vorher die Beschäftigung mit arithmetischen, geometrischen, astronomischen und algebraischen Fragen jeweils mit im Rahmen eines geistlich oder wissenschaftlich orientierten Berufsstandes vor sich gegangen war. Die praktische Anwendung bezog sich auf die Kaufmannsrechnung, die Astronomie und die Landvermessung, die theoretische Mathematik widmete sich der Weiterentwicklung der damaligen bereits weitgehend symbolisierten Algebra, der sogenannten Coß, und der Trigonometrie. Die endgültigen Formen der indisch-arabischen Ziffern und die Verwendung des Plus- und Minuszeichens sowie des Bruchstriches und noch uneinheitlicher Wurzelbezeichnungen waren wohl eine Folge der Leistungen der gesamten damaligen Mathematik. In der Barockzeit erlebte die Mathematik - ausgehend vom Kontinuum, dem lückenlos Zusammenhängenden - eine neue abendländische Blüte nach der Renaissance; sie konnte jetzt durch den infinitesimalen Kalkül in die dynamische physikalische und technische Problematik eingreifen. Die wissenschaftlichen Akademien, die im 17. Jahrhundert gegründet wurden (1), richteten ihre Abhandlungen bald auch auf diese Wechselbeziehungen zwischen Mathematik und Naturwissenschaften aus. So wurde Christiaan Huygens (1629 - 1695) - ab 1666 prominentestes Mitglied der Akademie in Paris (2) - vielleicht zum ersten Mathematiker, der der Mathematik nur so viel Raum zugestand, als sie praktisch anwendbar war (3).

In Deutschland wurde die Trennung in reine und angewandte Mathematik erstmals in "Crelle's Journal" (4) vollzogen, gegründet 1826 unter Mitarbeit von Niels Henrik Abel (1802 - 1829) und Carl Gustav Jacob Jacobi (1804 - 1851). In Frankreich war dieser Gedanke deutlich mit der Gründung der polytechnischen Schulen (Institutes de Françe) in der Revolutionszeit zum Tragen gekommen und wurde im 1836 von Joseph Liouville (1809 - 1882) herausgegebenen "Journal de mathématiques pures et appliquées" praktiziert.

2500 Jahre lang war der Begriff der mathematischen Strenge gekoppelt mit den Methoden der axiomatischen Euklidischen Geometrie. Im 19. Jahrhundert wurde die Arithmetik zum Fundament der Mathematik. Dieser Vorgang der Theoretisierung, der im Arithmetisierungsprozeß und in der Verwendung der dem allgemeinen Funktionsbegriff entsprechenden Denkweise seinen Ausdruck fand (5), führte vor allem in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts zu einer Überbewertung der reinen Mathematik. Von dort her war man darauf bedacht, die Fundamente für die während eines Jahrhunderts stürmischer Entwicklung gefundenen Erkenntnisse nach jeder Seite hin abzusichern. Die praktische Anwendungsmöglichkeit des Gefundenen spielte hierbei keine Rolle. "Der Nachweis, daß eine Lösung existierte, wurde als Kernstück des Problems behandelt; wie man die Lösung selbst wirklich gewinnen könne, blieb meist unerörtert" (6). Spezialistentum und Wirklichkeitsferne - dies mag wohl bis vor einiger Zeit das vom Laien verstandene typische Berufsbild des Mathematikers gewesen sein (7). Vertreter der reinen Mathematik plädierten damals zum Teil gegen jedweden Versuch, die technische und praktische Anwendbarkeit ihrer Forschungsergebnisse überhaupt in Betracht zu ziehen.

In der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts gingen aus den Gewerbeinstituten, Bauakademien und ähnlichen Institutionen die technischen Hochschulen hervor (8). Am Ende des Jahrhunderts läßt sich vor allem von dort her eine antimathematische Strömung feststellen (9), weil besonders im Bereich der Technik- und Ingenieurwissenschaften die strenge mathematische Methode den aus der Praxis herangetragenen Forderungen oft nicht gerecht wurde. Hier behandelte man damals die Lösung praktisch geometrischer Aufgaben wie die der darstellenden Geometrie, "wozu die graphische Statik und verwandte Dinge traten" (10). Zugleich wurde in der Gruppe der Praktiker der Ruf nach brauchbarem mathematischen Handwerkszeug immer lauter, etwa um Gleichungen schnell zahlenmäßig auflösen zu können, passende Reihenentwicklungen zu finden, numerische und graphische Integrationsverfahren aufzuzeigen, Differentialgleichungen näherungsweise zu behandeln. Carl David Tolmé Runge (1856 - 1927) nahm sich dieses Zwiespaltes in besonderem Maße an; geleitet vom Umgang mit wissenschaftlich interessierten Praktikern und durch den Unterricht, den er späteren Ingenieuren erteilte, schuf er immer wieder neue Methoden, um praktische Aufgaben zahlenmäßig behandeln zu können (11). Rudolf Mehmke (1857 - 1944) widmete sich ebenfalls besonders den numerischen und graphischen Näherungsmethoden zur Lösung von Differentialgleichungen und algebraischen Gleichungen; Wilhelm Kutta (1867 - 1944) und Walther Ritz (1878 - 1909) schufen vor allem durch ihre Arbeiten zur näherungsweisen Integration von partiellen Differentialgleichungen praktikable mathematische Methoden zur Lösung zahlreicher technischer Aufgabenstellungen (12). Im Jahre 1890 wurde die DMV gegründet. Ein wesentliches Anliegen ihrer führenden Persönlichkeiten bestand darin, auch der angewandten Mathematik einen gebührenden Platz einzuräumen (13). Das erste Ordinariat für angewandte Mathematik wurde 1904 in Göttingen von Runge besetzt. Obwohl sich vor allem Felix Klein (1849 - 1925) um eine sinnvolle Koexistenz von reiner und angewandter Mathematik bemühte, zogen sich die Spannungen zwischen den Vertretern beider Richtungen bis weit in die 20er Jahre unseres Jahrhunderts hin. Der vielleicht berechtigte Anstoß, den die reinen Mathematiker nahmen - so spricht Ernst Eduard Kummer (1810 - 1893) in diesem Zusammenhang von "schmutziger Mathematik" (14) -, lag wohl mit in typischen Fehlern begründet, die bis ins erste Viertel dieses Jahrhunderts von den angewandten Mathematikern begangen wurden; so etwa: wenn man mit einer bestimmten Anzahl von Dezimalen arbeitete und die Rechnung so weit kam, daß die nächste Korrektur auch an der letzten Dezimalen nichts mehr ändern konnte, dann ist die Rechnung beendet und das Ergebnis im Rahmen der verlangten Genauigkeit nunmehr erzielt; man braucht den Beweis für die Richtigkeit eines bestimmten Verfahrens nicht zu liefern und erachtet es gelegentlich für ausreichend, wenn man seine Brauchbarkeit in einem ausgewählten Spezialfall nachweist (15).

Es ist interessant zu sehen, daß in den ersten Jahren des 20. Jahrhunderts so unterschiedliche Deutungen des nämlichen Gegenstandes hervortraten: die reine Mathematik betrieb mathematische Forschung um ihrer selbst willen; die physikalisch-technische Entwicklung beanspruchte die angewandte Mathematik insofern, als "die Naturwissenschaft auf dem Boden des empirischen Realismus steht, so unhaltbar er als philosophische Grundanschauung ist" (16). Man wandte sich hierbei bei Behandlung eines technischen, physikalischen etc. Sachverhalts weg vom Gegenstand, indem man den Vorgang im abstrahierten mathematischen Gewand abhandelte, und übertrug das hier gefundene Resultat wieder zurück auf den ursprünglichen Sachverhalt; die neue Physik, etwa die Relativitätstheorie, führte zur nämlichen Zeit den empirischen Realismus freilich bereits ad absurdum. "It seems to me that the numerous und surprising analogies and that apparently pre-established harmony which the mathematician so often perceives in the questions, methods and ideas of the various branches of his science, have their origin in this ever-recurring interplay between thought and experience" (17). So entwickelte sich durch die Trennung in reine und in angewandte Mathematik als verbindendes Mittelglied zwischen beiden eine weitere mathematische Theorie, die sich als eine solche der Anwendung der Mathematik auf die Wirklichkeit versteht. "Und zwar handelt es sich hier um die drei Gebiete des numerischen Rechnens, der graphischen Methoden und der darstellenden Geometrie, von denen das erste die rechnerische und das zweite die zeichnerische Anwendung der Arithmetik und Analysis auf die Wirklichkeit umfaßt, während das dritte das entsprechende für die Geometrie leistet" (18). Es war folglich die Zeit, wo die theoretische Überlegung aufgrund der mathematischen Berechenbarkeit von naturwissenschaftlich fundierten Vorgängen bewußt der experimentellen Versuchsanordnung und damit dem Bau des einzelnen Prototyps vorangehen konnte. Ein charakteristisches Beispiel ist der 1920 gelungene experimentelle Nachweis von Albert Einsteins (1879 - 1955) Vorhersage, daß sichtbares Licht an der Sonne gebeugt wird.

Es ist eine interessante Tatsache zu sehen, daß manche technischen Probleme und Großtaten nun mit Hilfe solcher mathematischen Kenntnisse gelöst bzw. vollbracht wurden, die schon jahre-, jahrzehnte-, jahrhundertelang vorhanden waren; wie andererseits von den einzelnen technischen Fragestellungen her die Anregungen auf die weitere Entwicklung der Mathematik herangetragen wurden. "So wurde die

Riemannsche Geometrie nach 60jähriger lediglich mathematischer Existenz plötzlich physikalisch bedeutsam für die allgemeine Relativitätstheorie. Der Matrizenbegriff schlummerte fast 100 Jahre in der reinen Mathematik, ehe er in unseren Tagen mit fliegenden Fahnen in die angewandte Mathematik einzog" (19). Die Entwicklung neuer mathematischer Verfahren war die Alternative hierzu. Im Zeitraum von 1920 bis 1930 erzielte man in der numerischen Mathematik große Fortschritte, die freilich teils parallel liefen den wissenschaftlichen Ergebnissen aus dem Ingenieurbereich, teils hiervon überflügelt wurden, denn technisches und physikalisches Wissen vermehrten sich damals wohl schneller als das mathematische (20).

Nachdem im technischen und im Ingenieurbereich meist ein Kompromiß zustandekommen muß zwischen Aufwand und Wirtschaftlichkeit, gewann die praktische Mathematik immer stärkere Bedeutung. Hier ging es auch darum, technische Anforderungen bis zu einer gewissen Toleranz hin durch schnelle mathematische Näherungsverfahren in den Griff zu bekommen und dadurch die Möglichkeit zu schaffen, von vorneherein etwa in einen Produktionsprozeß regelnd einzugreifen.

Durch die Arbeiten der angewandten Mathematiker stand im Zeitraum 1918 bis 1938 ein leistungsfähiger mathematischer Apparat zur Verfügung, und so erfolgte in diesen Jahren die deutliche und gleichberechtigte Trennung in die reine und die angewandte Mathematik. Seit damals ist die Begriffsabgrenzung "Angewandte Mathematik" in etwa fixiert, nämlich als Rüstzeug eines wissenschaftlich arbeitenden Ingenieurs; "dabei soll dieses Wort über seine landläufige Bedeutung hinaus genommen werden, als Bezeichnung für jeden, der einen praktischen Beruf auf der Höhe wissenschaftlicher Erkenntnis ausübt" (21). In Anlehnung an ein Wort von Ernst Mach (1838 - 1916) läßt sich sagen: "Die wichtigste Theorie, die der Ingenieur beherrschen muß, ist die, eine unvollkommene oder unvollständige Theorie zu benutzen verstehen, solange es eine bessere nicht gibt" (22).

Im Bereich der Funktionsapproximation stützte sich Runge auf die von Klein eingeführten "vernünftigen Funktionen", die als präzisionsmathematisches Abbild der in der Wirklichkeit auftretenden empirischen Kurven galten (23); "vernünftig" nannte man solche Funktionen, die in einem abgeschlossenen Intervall stetig sind, dort nur endlich viele Extrema besitzen und mehrfach differenzierbar sind (24). Runge wandte sich gezielt der Frage zu, wie die Konvergenz einer Approximationsreihe beschleunigt werden kann, um mit vertretbarem Rechenaufwand eine brauchbare Näherungsfunktion bzw. in der Gleichungslösung einen Näherungswert von großer Genauigkeit bestimmen zu können. In den "Vorlesungen über numerisches Rechnen", Berlin 1924 (25), heißt es: "Bei der Annäherung durch die ersten Glieder einer Potenzreihe sind die Koeffizienten nicht unabhängig von dem Grade der Näherungsfunktion". Wenn es gelingt, hier ein "Orthogonalsystem" zu finden, sind die Koeffizienten der Reihe unabhängig von dem Grade der Annäherung. "Wenn man von einer Näherung zu einer höheren übergeht, braucht man nur die neu hinzukommenden Koeffizienten zu berechnen, während die bereits berechneten ungeändert bleiben" (26). Zur numerischen Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen wählte er aus Praktibilitätsgründen heraus einen Algorithmus, damals wie heute Runge-Kutta-Verfahren genannt, der die globale Fehlerordnung 4 besitzt (27), d.h. diese Entwicklung stimmt mit der Taylor-Reihe des partikulären Integrals durch P(x,y) in den vier ersten Gliedern überein (28). Im einzelnen handelt es sich vorwiegend um:

1) beste Approximation einer gesuchten Funktion durch Reihen,
2) numerische Auflösung von Gleichungen durch Zahlen, die keinen absolut genauen Wert erreichen - dies läge gar nicht im Sinn der angewandten Mathematik (29),
3) näherungsweise Auflösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen (30).

Der angewandte Mathematiker Richard von Mises (1883 - 1953) schreibt im Jahre 1921:

"Man beherrscht die Frage der Auflösung einer Gleichung n-ten Grades, sowohl nach ihrer grundsätzlichen Seite als nach der rein praktischen der tatsächlichen Berechnung der Wurzeln. Aber schon der Fall mehrerer Gleichungen mit ebensoviel Unbekannten hat nicht die gleich eingehende, wünschenswerte Behandlung gefunden, die eine rasche Übersicht über die Lage der Wurzeln und ihre nähere Bestimmung ermöglichen würde. Noch schlimmer steht es mit dem für viele technische Anwendungen sehr wichtigen, über die Algebra hinausgehenden Fall transzendenter Gleichungen (d.h. nicht rationalganzer Funktionen, die umgekehrt werden sollen). Hier ist nur weniges Methodische bekannt, Sonderfälle sind gelegentlich mit Erfolg behandelt worden.

Ein altes und dringendes Desideratum des Technikers bildet ein wirklich brauchbares, vor allem übersichtliches und einprägsames Verfahren zur Auflösung eines Systems von zahlreichen linearen Gleichungen mit ebensoviel Unbekannten. ... Anzustreben wäre, daß das Verfahren in den Sonderfällen einfacher Gliederung des Gleichungssystems, die eine einfachere Auflösung gestatten, von selbst übergeht in die bekannten, in der Graphostatik usf. gebräuchlichen Konstruktionen. Hier wären anzuschließen ... die Aufgaben der Reihenentwicklung und sonstigen Darstellungen empirisch gegebener Funktionen in vorgeschriebenen Formen. Die Technik hat in neuerer Zeit die praktische Verwendbarkeit gewisser einfacher Entwicklungen (harmonische Analyse der durch Oszillographen aufgenommenen Schwingungen) erkannt, es fehlt aber hier noch viel an der Verbreitung einfacher, den Theoretikern längst geläufiger, grundsätzlicher Erkenntnisse, z.B. über die reichen Möglichkeiten der Approximation durch Polynome usf.

In der zweiten Problemgruppe, der unmittelbaren Integration ... ob Rechnung oder Zeichnung, das ganze Gebiet steckt noch, trotz seines beträchtlichen Alters ... in den Anfängen seiner Bearbeitung. Die Hauptursache scheint darin zu liegen, daß die mathematische Theorie noch nicht den richtigen Standpunkt zu dieser Art von Fragestellungen gefunden hat. ... Die Schwierigkeiten des gemischten Problems, das sich aus Funktions-Aufbau und Funktions-Umkehrung zusammensetzt, sind so bedeutende, daß man hier über die ersten tastenden Versuche kaum hinausgekommen ist, ja daß über die Fragestellung selbst keinerlei Klarheit herrscht. Meist verbirgt sich der Unterschied zwischen "Randwert"- und "Anfangswertproblemen" hinter dem viel unwesentlicheren zwischen gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. ... Wenn man aber, wie es oft durch die Natur der Aufgabe unmittelbar nahegelegt wird, zur Ausnutzung elementar-geometrischer Beziehungen den Weg zeichnerischer Behandlung einschlägt, so ist eine wesentliche Erweiterung und Vertiefung der bei eindimensionalen Problemen verwendeten Begriffe und Verfahren notwendig; nennenswerte Versuche in dieser Richtung sind für verschiedene Aufgaben der Elastizitätslehre und der Hydromechanik unternommen worden. Aber es fehlt noch jeder Ansatz zu einer Systematik, jeder Überblick über die möglichen Ausgestaltungen, jede Einsicht in die Reichweite des Verfahrens.

Ein für die Anwendungen sehr fruchtbarer Gedanke, der von theoretischer Seite (zur Führung sogenannter Existenzbeweise) beigebracht wurde, ist der der 'sukzessiven Approximationen' oder der 'Näherungsfolgen'. Er besteht darin, daß von einer in weiten Grenzen willkürlichen Funktion als erster Näherung ausgegangen und diese dann durch wiederholtes Einsetzen in die gegebenen Gleichungen fortschreitend verbessert wird. ... Es ist bemerkenswert, daß in neuerer Zeit dieser Grundgedanke auch für die Probleme der beiden früher angeführten Hauptgruppen, vor allem für die reine Integrationsaufgabe, aber auch für die Auflösung endlicher Gleichungssysteme mehr und mehr Geltung gewinnt. Vielleicht liegt hier auch der Weg, auf dem man einmal zu einer allgemeinen, den oben ausgesprochenen Forderungen genügenden Methode der praktischen Behandlung linearer Gleichungen mit sehr vielen Unbekannten gelangen wird.

Es sei noch erwähnt, daß man die Zurückführung eines Randwertproblems auf die Auflösung eines algebraischen Gleichungssystems statt auf dem unmittelbar sich darbietenden Weg der Differenzenrechnung ... auch auf zwei andere Weisen bewirken kann. Die eine besteht darin, daß man zuerst zu einer sogenannten Integralgleichung übergeht, bei der die gesuchte Funktion unter dem Integralzeichen eines bestimmten Integrals steht, und dann dieses Integral durch eine endliche Summe annähert. ... All diese Fragen mögen anscheinend weitab von dem Arbeitsgebiet und dem Aufgabenkreis des Ingenieurs liegen. Aber was nutzt alle Theorie der Mechanik und der Physik, wenn man nicht die Werkzeuge besitzt oder zu bereiten versteht, um im gegebenen Fall die zahlenmäßigen Folgerungen aus ihr zu ziehen" (31)?

Ein Charakteristikum der arithmetisch-konstruktiven Numerik war, daß sie aufgrund ihrer mangelnden Allgemeinheit in vielen Fällen nur eine empirisch-ingenieurwissenschaftliche Bearbeitung von Berechnungsproblemen ermöglichte und somit eher als Kunst des Rechnens denn als Wissenschaft zu gelten hat (32). Die anstehenden Probleme aus Ingenieurwissenschaft, Technik und Physik ließen sich aber meist - Ausnahme exterrestrisch - nicht mehr ohne empiristische Komponente abhandeln, was zum Beispiel den Begriff der "Schmieröl"-Mathematik von Edmund Landau (1877 - 1938) vielleicht mit heraufbeschworen haben mag (33).

Ludwig Prandtl (1875 - 1953), dessen Forschungsergebnisse in der Strömungslehre zu vielen Verbesserungen im Fahrzeug- und Flugzeugbau führten, war - wie Runge - ebenfalls in Göttingen tätig. Hieraus ergab sich eine ersprießliche Zusammenarbeit mit Runge und Klein, etwa in Form eines mathematisch-physikalischen Seminars (34), das jedes Semester stattfand. Nach Ende des Weltkrieges wurden Prandtls aerodynamische Forschungsergebnisse, die zu beachtlichen Neuerungen im Bereich der Tragflügeltheorie und der Grenzschichtströmung geführt hatten, bald international bekannt.

Generell hatte sich durch die Kriegsjahre viel technisch-mathematisches Wissen angestaut. Dies konnte nun in Form von neuzugründenden Organen der Fachwelt angeboten werden. Die "Mathematische Zeitschrift" kam noch 1918 mit zwei Bänden auf den Markt. Im nämlichen Jahr unterzeichnete Richard Courant (1888 - 1972) bei Springer den Vertrag für die "Gelbe Reihe": "Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften" (35), deren erster Band 1921 erschien. 1921 wurde auch der erste Band der ZAMM herausgebracht, unter der Redaktion von von Mises. Als Besprechungsorgan gründete man das "Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete", so daß Band 1 im Jahre 1931 vorlag, Band 2 ein Jahr später.

Prandtl rief 1922/23 die GAMM ins Leben. Schon 1922 fand in Innsbruck eine internationale Tagung zur Hydro- und Aerodynamik statt (36). Im Jahre 1925 veranstaltete die GAMM erstmals eine eigene wissenschaftliche Tagung mit Schwerpunkt Plastizitätstheorie, ferner Turbulenzproblem, sowie "Probleme der Geologie, insbesondere der Salzlagerstätten, die zugleich Probleme der angewandten Mathematik und Mechanik sind" (37). Spätere Oberthemen von Tagungen waren "Fragen der praktischen Hydraulik" im Herbst 1925 oder "Fragen der Hydromechanik und Aeromechanik" im Jahre 1928 (38). Aufgrund der Wechselwirkung zwischen praktischer Mathematik und den im Labor und in der Fertigung erzielten Resultaten konnte auch in den Normenvorschlag eingegriffen werden, so 1929 mit der Normung von einigen heutzutage überholten Kräften - Gewicht, Last, Sichtgewicht - und der Masse (39).

Anders als früher, wo in Ingenieurpraxis und Technik manchmal nur der Gedanke und dessen experimentelle Verwirklichung im Vordergrund gestanden hatten und die mathematische Begründung der hier zugrundeliegenden physikalischen Vorgänge irgendwelcher Verfahren - wenn überhaupt - erst viel später kam, standen nun Konstruktion am Reißbrett und rechnerische Bestimmung der kräftemäßigen, energetischen und auch wirtschaftlichen Zusammenhänge allmählich gleichberechtigt nebeneinander. Auch auf diese Weise bestätigten die 30er Jahre dieses Jahrhunderts den Erkenntnisoptimismus David Hilberts (1862 - 1943), des Vollenders der neuzeitlichen Axiomatischen Methode (40). "Er hat sie weiterentwickelt und systematisiert in der Hoffnung, sowohl Einheitlichkeit als auch Vielfalt im inneren Leben der Mathematik zu fördern. Dabei liegt zugrunde die Sorge, daß die Mathematik in einzelne getrennte Mathematiken zerfallen könnte" (41).

Der lang anhaltende Konflikt zwischen Vertretern der reinen und der angewandten Mathematik, dessen Überwindung Felix Klein einen Großteil seiner Tatkraft und Autorität gewidmet hatte, war ab den 30er Jahren bereits im Abklingen, bis etwa in den 60er Jahren dieses Jahrhunderts nach hundertjähriger Trennung (42) vielleicht wieder von einer einheitlichen Gesamtmathematik gesprochen werden kann. Die Parität zwischen beiden Disziplinen kommt etwa in folgender Formulierung zum Ausdruck: "Haben wir es mit irgendeinem unendlichen Prozeß zu tun, z.B. einer unendlichen Reihe

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n \dots,$$

so wird der reine Mathematiker zunächst fragen, ob sie konvergiert, d.h. ob ihre Teilsummen sich einem gewissen Wert mehr und mehr beliebig nähern, je größer n wird; wenn das nicht der Fall ist, wird er vielleicht weiter untersuchen, ob sie summierbar ist, usw. Ganz anders der angewandte Mathematiker. Er fragt nicht, ob man mit hinreichend vielen Schritten dem Ergebnis beliebig nahe kommen kann, sondern ihm liegt allein daran, ob man mit verhältnismäßig wenigen Schritten, also durch eine nicht zu lange Rechnung, dem Ergebnis innerhalb der gerade in Betracht zu ziehenden Genauigkeitsgrenzen nahe kommt" (43). Die Angabe $\ln 2 = 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + - \dots$ aus der Entwicklung für $\ln (1+x)$ interessiert den reinen Mathematiker wohl nur bezüglich der Konvergenz; der Praktiker kann hiermit nichts anfangen.

Im Zeitraum 1918 bis 1938 konnte das Π-Theorem, das Theorem der dimensionslosen Potenzprodukte, welches ohne strengen mathematischen Beweis offenbar erstmals im Jahre 1890 dargelegt wurde (44) - meist als Theorem von Buckingham (1867 - 1940) zitiert (45) -, in der Praxis in voller Breite zum Tragen kommen. Das Π-Theorem wurde dort in doppelter Weise wirksam:

1) In der Dimensionsanalyse, die im Prinzip auf Jean Baptiste Joseph Fourier's (1768 - 1830) "Théorie analytique de la Chaleur" von 1822 zurückgeht, wo die Dimensionshomogenität bezüglich des gewählten Grundgrößensystems vorausgesetzt wird, überprüfbar durch die Dimensionskontrolle. Das Buch "Dimensional Analysis" des Amerikaners Percy Williams Bridgman (1882 - 1961), New Haven 1922, wurde 1932 als "Theorie der physikalischen Dimensionen" (46) herausgebracht und fand vor allem bei Mathematikern und Physikern Anklang.

2) Die Ähnlichkeitstheorie, die man auf Isaac Newton's (1643 - 1727) "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" von 1687 zurückführt, wurde vorwiegend von Technikern und Ingenieuren aufgegriffen. Vorerst noch in den Anfängen, wurde die physikalische Ähnlichkeit wie folgt definiert: "Miteinander ähnliche Erscheinungen besitzen gleiche Ähnlichkeitskriterien" (47). Im Schiffsbau, in Fragen des Wärmeübergangs, bei chemisch-technischen Untersuchungen (48) und in der Spannungsanalyse fand die Ähnlichkeitstheorie seit etwa einem Jahrhundert Aufnahme in der Technik (49), dann wurde sie im Zeitraum 1918 bis 1938 vor allem bei aerodynamischen Fragen aus dem Flugzeug- und Autobau ein wichtiges Hilfsmittel bei den Untersuchungen in der Strömungskammer. Moritz Weber (1871 - 1951) definierte 1932 das allgemeine Ähnlichkeitsprinzip wie folgt: "Die meßbaren physikalischen Geschehnisse sind von der Art, daß sie in einem geometrisch ähnlich vergrößerten oder verkleinerten System unter der Wirkung gleicher physikalischer Ursachen 'physikalisch ähnlich' ablaufen; dies soll heißen: die Vorgänge in den Vergleichssystemen sollen nicht nur den gleichen analytischen Ansatz haben, sondern auch durch die gleiche mathematische Funktion, also durch das gleiche Gesetz zwischen reinen Zahlen, beschrieben werden" (50).

In der Mechanik ergaben sich somit verschiedene Möglichkeiten, einander ähnlich zu sein: die geometrische, die kinematische, die dynamische Ähnlichkeit; sie folgen aus der Art der Modelldarstellung heraus für alle Maßzahlen der Länge, der Geschwindigkeit, der Kraft, und zwar an zugeordneten Orten zu zugeordneten Zeiten. Die zahlenmäßige Lösung von Problemen der Mechanik, der Physik, der Technik ließ sich wie folgt finden:
1) im Versuch,
2) über das Modellverfahren (51),
3) über Ansatzgleichungen aus der Algebra oder der Analysis.

Einige Betrachtungen zur Entwicklung im Kraftfahrzeug- und im Straßenbau:
1) Das Problem des Versuches war nicht neu. In der aerodynamischen Forschung am Auto orientierte man sich zwischen 1918 und 1938 vorwiegend an den Erkenntnissen aus dem Flugzeugbau. Man wollte das Stromlinienauto realisie-

ren; hierbei stellte sich aber heraus, daß das Heck zu lang war. Im Experiment suchte man die von Prandtl und Alexandre-Gustave Eiffel (1832 - 1923) gefundenen strömungstechnischen Erkenntnisse auf die Luftwiderstandsuntersuchungen an Straßenfahrzeugen zu übertragen.

2) Die Ermittlung des Luftwiderstandes erfolgte schließlich quantitativ und qualitativ. Die Formel für den Luftwiderstand umströmter Körper, nämlich

$$F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot v^2 \cdot A \cdot c_W$$

wurde insofern bedeutungsvoll, als man wegen des Formfaktors (Widerstandsbeiwert) c_W jetzt auch auf quantitative Art die Kräfte maß, die auf das Fahrzeug wirkten, während man die Ergebnisse qualitativ mittels Rauchpatronen bzw. mittels der Wollfädenmethode im Windkanal - wie er in Deutschland erstmals 1909 von Prandtl installiert worden war (52) - am Modell oder am Original zu verbessern suchte. Im Modellverfahren wurden die ersten Windkanalversuche von Wolfgang Klemperer (geb. 1893) bereits 1921/22 zu Luftwiderstandsmessungen an sogenannten Jaray-Formen durchgeführt (53), die schließlich 1938 in der Aerodynamischen Versuchsanstalt in Göttingen unter Prandtl ihre Fortsetzung fanden (54).

Edmund Rumpler (1872 - 1940) entwickelte einige Prototypen, die er "Tropfenwagen" nannte (55).

Wunibald Kamm (1893 - 1966) wies 1934 im Windkanal nach, daß durch die abgeschnittene Heckform, das sogenannte K-Heck, ein wesentlich niedrigerer Widerstandsbeiwert c_W zu erzielen ist als beim Stromlinienauto (56). Im Modellverfahren verringerte man so innerhalb von 15 Jahren bei einzelnen Prototypen den Formfaktor c_W von etwa 0,8 bei kastenförmigem Aufbau auf etwa 0,3 bei Kamm-Modellen, und zwar durch systematische Messungen bei der Gestaltung des Autohecks (57). Normale Autos von heute besitzen ein $c_W \approx 0{,}45$ (58). Formendetails an verkleinerten Modellen wurden seinerzeit oft überzeichnet, somit entfiel eine Grundvoraussetzung für die geometrische Ähnlichkeit (59). Aber die Strömungen um verkleinertes Modell und Prototyp sollten einander auch mechanisch ähnlich sein, mußten also die gleiche Reynoldszahl haben, d.h.

$$\frac{v_{\infty 1} \cdot l_1}{\nu_1} = \frac{v_{\infty 2} \cdot l_2}{\nu_2}, \text{ wobei}$$

v_∞: Geschwindigkeit der ungestörten Zuströmung,
l : Länge des Fahrzeugs,
ν : kinematische Zähigkeit des Arbeitsfluids ist (60).

Mit $\nu_1 = \nu_2$ müßte $v_{\infty 1} \cdot l_1 = v_{\infty 2} \cdot l_2$ sein.

Solche Bedingungen wurden bei Messungen im Windkanal im Maßstab 1 : 4 meist nicht erzielt (61). Bis heute ist man in der Formgestaltung hier auf die Empirie angewiesen.

Die entwickelten strömungsgünstigen Modelle, manchmal nur Prototypen, setzten sich damals lediglich im Autosport durch, denn beim seinerzeitigen Zustand der normalen Straßen waren hohe Fahrgeschwindigkeiten kaum möglich. Erst seit der Energiekrise 1973 erfolgt konsequent die Übertragung der Erkenntnisse aus der Kraftfahrzeug-Aerodynamik auf die Herstellung von Serienfahrzeugen.

Während in den USA bereits ab 1903 bei FORD die billige Massenanfertigung von PKWs einsetzte, wurde der europäische Markt zwischen 1918 und 1938 hiervon noch nicht stark berührt. So gab es in Deutschland im Jahre 1922 83000 PKW, deren Anzahl in den kommenden Jahren um jeweils etwa 40 % stieg (62). In Europa blieb das Auto vorerst einem kleinen Kreis der gehobenen Klasse vorbehalten, wo die Kosten nicht ins Gewicht fielen. Man ließ sich in den großräumigen Autos in großer Robe bzw. in Frack und Zylinder chauffieren, folglich spielten strömungstechnische und damit verbundene finanzielle Probleme kaum eine Rolle.

Die normalen Straßen waren noch nicht autogerecht gebaut, denn das bestehende Straßennetz war auf das Pferdegespann zugeschnitten. Auf den deutschen Landstraßen etwa fanden sich vorwiegend Schotterdecken (63). 1924 gründete man die "Studiengesellschaft für Automobilstraßenbau" (STUFA) mit Grundforderungen an die Straße: technisch ausführbar, wissenschaftlich begründet, wirtschaftlich günstig, aesthetisch befriedigend (64). Beispielgebend für den geplanten Ausbau eines europäischen Straßennetzes waren die von Puricelli gerade fertiggestellte 50 km lange oberitalienische Autostraße von Mailand nach Como (65), bzw. der Betonstraßenbau in den USA. Es bedurfte großer wissenschaftlicher und wirtschaftlicher Anstrengungen, bis ab 1934 staubfreie und frostsichere bituminöse Straßenbefestigungen erzielt wurden (66). In ähnlichem Maß wurde die Betondeckenfertigung forciert (67). Von seiten der europäischen Autoindustrie konnte somit allmählich auch die Entwicklung strömungsgünstiger Fahrzeuge vorangetrieben werden, vorwiegend freilich noch mit dem Ziel, diese im Motorrennsport einzusetzen.

Die Streckenführung im Straßenbau selbst wurde prinzipiell noch empirisch in der herkömmlichen Weise vollzogen, d.h. man versuchte Geraden-, Kreis- und Parabelstücke miteinander zu verbinden, zum Teil Kreisstücke mit verschiedenen Radien, so daß an den Übergangsstellen die Beschleunigungen und somit die Seitenkräfte unstetig waren. Erst nach dem zweiten Weltkrieg vollzog sich hier ein Wandel durch Einbeziehung der Klothoide in ihren verschiedenen Formen in die Theorie des Straßenbaues.

Beim Otto-Motor verteilte sich vorerst das Luft-Kraftstoff-Gemisch, so wie es aus dem einen Vergaser kam, ziemlich ungleichmäßig auf die einzelnen Zylinder. Zur Überwindung des damit zum Teil verbundenen unrunden Motorlaufs entwickelte sich das Bestreben, mittels einer Einspritzvorrichtung jedem Zylinder in etwa die gleiche Gemischmenge zuzuführen. Dies wurde 1936 realisiert. Beim Otto-Motor wird auch heute noch der Kraftstoff unter geringem Druck in die Ansaugkanäle des Motors gespritzt - ein völlig anderer Vorgang als beim Diesel. Das grundsätzliche physikalische Problem beim Diesel bestand darin, bei allen Betriebszuständen ein Luft-Kraftstoff-Gemisch zu bilden, das sich sowohl selbst entzündet, als auch vollkommen verbrennt. Obwohl schon im Jahre 1924 bei Benz-MAN LKWs mit Dieselmotor gebaut wurden, erfaßte man die vollen theoretischen Grundlagen dieser Maschine erst nach dem zweiten Krieg, gut 20 Jahre nach den ersten Prototypen. Diesel-Zweitakter behaupteten sich weiterhin in Großanlagen, während der Viertakt-Dieselmotor in der einfach wirkenden Bauweise sich auf sein eigentliches Gebiet, das der kleinen und mittleren Leistung, zurückzog (68).

Das beim Verbrennungsmotor entstehende energiereiche Abgas wurde in der Entwicklungsphase der Motoren ungenutzt nach außen abgegeben. Mittels der Motoraufladung strebte man nun das Ziel an, die vorhandene Abgasenergie zur Steigerung der Leistung und der Wirtschaftlichkeit der Motoren heranzuziehen, ohne den Hubraum zu vergrößern. Grundlage hierfür bildete die polytrope Verdichtung und Expansion. Die Aufladung von Dieselmotoren erfolgte erstmals 1923 bei den deutschen Passagierschiffen "Preußen" und "Danzig". Werkstofftechnische Gründe waren dafür maßgeblich, daß das Prinzip des Abgasturboladers vorerst auf Dieselmotoren für Schiffe und LKWs beschränkt blieb; diese Maschinen steigerten hierdurch ihren effektiven Wirkungsgrad. Erst in jüngerer Zeit, ab etwa 1975, geht man auch zur Aufladung des Otto-Motors über.

Auch im Automobilbau versuchte man schließlich die energiefressenden hin- und hergehenden Massenteile zu vermeiden. Von 1926 bis 1936 dauerten die grundsätzlichen Entwicklungsarbeiten von Felix Wankel (geb. 1902) an Drehkolbenmotoren. Es handelt sich um die ersten Motoren mit nur umlaufenden Teilen und somit leicht ausgleichbaren Massenkräften. Die Serienreife war allerdings erst 1963 erreicht.

Einige weitere Beispiele:

In der Aerodynamik folgen hauptsächlich durch Prandtl wesentliche Fortschritte in der Tragflügeltheorie und der Grenzschichtströmung. Die Anwendungen zeigen sich in der Einführung und im Ausbau der Verkehrsfliegerei, auch nachts, bis hin zum Transatlantik-Postflugverkehr; 1934 setzt der reguläre Transatlantik-Luftschiffverkehr ein. Neben die Weiterentwicklung der Kolbenmotoren - Reihen- und Sternmotor - tritt schon das Strahltriebwerk.

Im Bereich der Strömungsmaschinen werden große Wasser- und Dampf-Kraftanlagen zur Stromerzeugung projektiert und gebaut, so daß der Turbinenbau einen nochmaligen Aufschwung erfährt. Für Diesellokomotiven im Zugverkehr werden ursprünglich Flüssigkeitskupplungen konzipiert; solche Kupplungen setzt man später auch im Kraftfahrzeugbau und in stationären Anlagen ein, in der Kraftwerkstechnik.

Im Jahre 1918 errichtet Telefunken einen 260 m hohen Sendemast, so daß mit einer Reichweite von 20000 km die bis dahin größtmögliche funktechnische Entfernung auf der Erde überbrückt werden kann. 1925 entwickeln Max Dieckmann (1882 - 1960) und Rudolph Hell (geb. 1901) Elektronenbildzerleger mit Braunscher Röhre für Fernsehzwecke. Vom Jahr 1929 datieren Fernsehversuche mit der Paul Nipkow-Scheibe.

Im Bauwesen ist der Zeitabschnitt von 1918 bis 1938 gekennzeichnet durch das Eindringen des Stahlbetons in die praktische Bautätigkeit. Frühe Ansätze zur Verwendung des "Eisenbetons" gehen zwar bereits auf die beiden letzten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts zurück, die erste bedeutsame Stahlbetonbrücke, die Echelsbacher Brücke bei Weilheim in Bayern, wird jedoch erst 1929 in einer Bauzeit von zehn Monaten errichtet. Sie besitzt eine Spannweite von 130 m und überquert das Flußtal in einer Höhe von rund 75 m. Die Anwendung von Stahlbeton erfordert erhebliches mathematisches Rüstzeug. Während sich die Druckspannungen im Beton und die Zugspannungen im Stahl bei statisch bestimmten Bauwerken noch recht einfach mit Hilfe von algebraischen Gleichungen bestimmen lassen, die auf den Hebelgesetzen und auf dem Kräfteparallelogramm beruhen, so erfordert das statisch unbestimmte Tragwerk die Einbeziehung der mit Hilfe der Integralrechnung erfaßbaren Formänderungsarbeit. Nach dem Satz von Carlo Alberto Castigliano (1847 - 1884) wird diese Formänderungsarbeit ein Minimum, bzw. die partielle Ableitung der Deformationsenergie nach der Kraft oder dem Moment wird Null, wenn sich das Tragwerk im Gleichgewicht befindet. Durch Differentiation der Formänderungsarbeit wird die Bestimmung von solchen statischen Größen möglich, die mittels der einfachen Statik nicht mehr erfaßt werden könnten. Das bautechnische Ergebnis sind weitgespannte Stahlbetonbrücken, Kühltürme, Bogenstaumauern, optimal geformte Wassertürme und Faultürme von Kläranlagen. Die hierbei entstehenden Formen sind bezeichnenderweise nicht das Ergebnis architektonischer Kunstausübung, sondern die Folge mathematischer Berechnungen. Sicher ergibt sich auch umgekehrt die Wechselwirkung, daß phantasievolle architektonische Ideen in Stahlbeton umgesetzt werden können: die

Wohnmaschine von Le Corbusier (1887 - 1965) (Citrohan House), die Kapelle Notre-Dame-du-Haute Ronchamp werden möglich. Der "Wolkenkratzer" ist in der Regel ein Bauwerk, das sich als vielfach statisch unbestimmtes Rahmengebilde darstellt, und das nun mit Hilfe von Gleichungssystemen berechnet werden kann, die eine Vielzahl von Unbekannten enthalten.

Noch drei besondere Anmerkungen:

Im Jahre 1928 entwickelt der ungarische Physiker Dénes von Mihaly ein 30zeiliges Fernsehgerät, das von der deutschen Reichspost vorgestellt wird. Das schwer erfaßbare Gebiet der turbulenten Strömung wird in Gemeinschaftsarbeit aus Prandtls Experimenten und der theoretischen Fundierung durch den ungarischen Wissenschaftler Theodore von Kármán (1881 - 1963) im Jahre 1933 bewältigt. Die abstrakte Graphentheorie des ungarischen Mathematikers Dénes König von 1936 (69) findet heutzutage in der Netzplantechnik, der Optimalplanung und der Gestaltung von Dienst-, Raum- und Stundenplänen breite Anwendung.

Die arithmetisch axiomatisierte Mathematik blieb die Stütze der rasanten technischen Entwicklung der folgenden Zeit. Es ist klar, daß der Mangel an geeigneten Schnellrechnern hier noch scharfe Grenzen setzte. Durch schnelle numerische Verfahren mit den damaligen Mitteln Rechenschieber, Nomogramme, graphische Methoden, mechanische Rechner einerseits, ferner durch wendige Schreibweise, etwa die Vereinheitlichung der Symbolik in der Vektorrechnung andererseits, standen jedoch rationelle Möglichkeiten zur Verfügung (70).

Schließlich läßt sich feststellen, daß nach 1918 die nationalen Grenzen Zentraleuropas durch den Erfahrungsaustausch von Ergebnissen in Wissenschaft und Technik immer durchlässiger geworden waren (71), so daß von dort her ein großer Beitrag zur Verständigung zwischen den Völkern geleistet wurde, den man politisch nachher freilich wieder vollkommen verspielte.

DANKSAGUNG

Es sei mir gestattet, für viele Ratschläge und Hinweise zu danken den Herren Professoren Dr. Otto Volk, Würzburg, Ferdinand Diepold, Franz Sander, Rudolf Hartwig und Lothar Meuter, Regensburg.

ANMERKUNGEN

(1) Die Royal Society konstituierte sich öffentlich im Jahre 1660 und erhielt 1662 die königliche Bestätigung; ihr erster Präsident war der mathematisch stark interessierte irische Lord William Brouncker (1620? - 1684). Die Académie royale des Sciences wurde 1666 von Jean Baptiste Colbert (1619 - 1683) gegründet.

(2) Hierzu etwa Emil Alfred Fellmann: Christiaan Huygens, in: Bild der Wissenschaft 4, 1979, S. 130.

(3) So schreibt Carl B. Boyer: A History of Mathematics, New York/London/Sydney 1968, S. 414: "An interplay of the two points of view, the theoretical and the practical, often proves to be fruitful in mathematics, as the work of Huygens aptly illustrates."

(4) August Leopold Crelle (1780 - 1855); der volle Titel lautet: Journal für die reine und angewandte Mathematik.

(5) Hier unterrichtet Gottfried Richenhagen: Carl Runge (1856 - 1927): Von der reinen Mathematik zur Numerik, Göttingen 1985, S. 6.

(6) Ludwig Prandtl: Carl Runge, in: Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Geschäftliche Mitteilungen, Berlin 1926/27, S. 59.

(7) Siehe etwa Richard Courant: Carl Runge als Mathematiker, in: Die Naturwissenschaften 15, 1927, S. 230.

(8) Richenhagen (5), S. 79; Detlef Laugwitz: Das Verhältnis der Mathematik zu ihren "Anwendungen", in: Didaktik der Mathematik, Band IV: Hochschuldidaktik, Stuttgart 1974, S. 46.

(9) Ausführlicher etwa bei Laugwitz (8), S. 47 - 49.

(10) Prandtl (6), S. 59.

(11) Prandtl (6), S. 59.

(12) Hierzu druckfertiges Manuskript Walter Purkert und Susann Hensel: Zur Rolle der Mathematik bei der Entwicklung der Technikwissenschaften, Teil 2, S. 14 f.; Abdruck voraussichtlich auch in "Dresdener Beiträge zur Geschichte der Technikwissenschaften".

(13) Alexander Ostrowski: Zur Entwicklung der numerischen Analysis, in: Jahresbericht der DMV, Band 68, 1966, S. 103.

(14) Renate Tobies: Felix Klein, Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Band 50, Leipzig 1981, S. 67.

(15) Siehe Ostrowski (13), S. 105 f.; dortige Begründung zum erstgenannten Fall: "Dies läuft genau genommen auf die Annahme hinaus, daß eine unendliche Reihe konvergiert, wenn ihr allgemeines Glied gegen Null strebt".

(16) Gustav Doetsch: Der Sinn der angewandten Mathematik, in: Jahresbericht der DMV, Band 31, 1922, S. 223.

(17) Constance Reid: Hilbert, New York/Heidelberg/Berlin 1970, S. 77.

(18) H. Behmann: Reine und angewandte Mathematik, in: Jahresbericht der DMV, Band 37, 1928, S. 49 f.

(19) Alwin Walther: Mathematik als Einheit aus reiner und angewandter Mathematik, Grundzüge der Mathematik, Band IV, Göttingen 1966, S. 3 f.

(20) Constantin Carathéodory: Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen, Registerband, Leipzig 1904 - 1935, im Schlußwort 1935, S. VII: "... daß sich die Technik und neuerdings auch die mathematische Physik mit einer viel größeren Geschwindigkeit verändern als die Mathematik, und daß andererseits die Beeinflussung dieser Disziplinen durch die reine Mathematik von Umständen beherrscht wird, die man nicht leicht in ein System einordnen kann".

(21) Richard von Mises: Über die Aufgaben und Ziele der angewandten Mathematik, ZAMM, Band 1, Berlin 1921, S. 3.

(22) von Mises (21), S. 5.

(23) Richenhagen (5), S. 146 f.; man sehe Felix Klein: Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, Band 3, Berlin ^{3}1928, Nachdruck 1968, S. 50 - 53 und 128.

(24) Richenhagen (5), S. 147; Klein (23), S. 53.

(25) Verfaßt von Runge und H. König als Band XI von "Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften".

(26) Runge-König (25), S. 201: Annäherung durch Kugelfunktionen.

(27) Runge-König (25), S. 286 f.: Die numerische Integration der Differentialgleichung $y' = f(x,y) = \frac{dy}{dx}$ führt auf die Aufgabe, die Zunahme k von y des partikulären Integrals durch den Punkt P(x,y) zu bestimmen, wenn x um h wächst. Die Reihe von y = g(x) liefert k = g(x+h) - g(x)

$$= h.g'(x) + \frac{h^2}{2!}.g''(x) + \frac{h^3}{3!}.g'''(x) + \frac{h^4}{4!}.g''''(x) + \ldots$$

$$= h.\frac{dy}{dx} + \frac{h^2}{2!}.\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{h^3}{3!}.\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{h^4}{4!}.\frac{d^4y}{dx^4} + \ldots .$$

Man bildet "k als Mittelwert aus vier mit geeigneten Gewichten R_1, R_2, R_3, R_4 zu versehenden Werten k_1, k_2, k_3, k_4. Diese Werte sollen folgendermaßen bestimmt sein:

$$k_1 = f(x,y)h,$$
$$k_2 = f(x+\alpha h,\ y+\beta k_1)h,$$
$$k_3 = f(x+\alpha_1 h,\ y+\beta_1 k_1+\gamma_1 k_2)h,$$
$$k_4 = f(x+\alpha_2 h,\ y+\beta_2 k_1+\gamma_2 k_2+\delta_2 k_3)h.$$

Die hierbei auftretenden neun Größen α, β, ...δ_2 sollen zusammen mit den Gewichten R_1 ... R_4 so bestimmt werden, daß der Ausdruck

$$k = R_1k_1 + R_2k_2 + R_3k_3 + R_4k_4$$

bis zu den Gliedern vierter Ordnung in h einschließlich mit der Entwicklung g(x+h) - g(x) übereinstimmt"; ferner sehe man S. 290 - 294. Ausführlich zur Herleitung etwa Friedrich Adolf Willers: Methoden der praktischen Analysis, Berlin/New York [4]1971, S. 376 - 380. Siehe aber auch Ostrowski (13), S. 104.

(28) Herman A. Goldstine: A History of numerical Analysis from the 16th through the 19th Century, New York/Heidelberg/Berlin 1977, S. 294: "Today the Runge-Kutta method is usually given as

$$\Delta' = f(x,y)\Delta x$$
$$\Delta'' = f\left(x + \frac{\Delta x}{2},\ y + \frac{\Delta'}{2}\right) \Delta x$$
$$\Delta''' = f\left(x + \frac{\Delta x}{2},\ y + \frac{\Delta''}{2}\right) \Delta x$$
$$\Delta'''' = f(x + \Delta x,\ y + \Delta''') \Delta x$$
$$\Delta y = \frac{\Delta' + 2\Delta'' + 2\Delta''' + \Delta''''}{6}$$

".

(29) Siehe auch Behmann (18), S. 52.

(30) Diese drei Punkte stellt Prandtl (6), S. 59, in seinem Nachruf heraus.

(31) Zitiert nach von Mises (21), S. 5 - 7.

(32) Richenhagen (5), S. 269 f.

(33) Ostrowski (13), S. 105; Constance Reid: Richard Courant 1888 - 1972, Berlin/Heidelberg/New York 1979, S. 33; siehe auch Reid (17), S. 118.

(34) Richenhagen (5), S. 298.

(35) Reid (33), S. 84.

(36) Helmuth Gericke: 50 Jahre GAMM, Beiheft zum "Ingenieur-Archiv", Band 41, Berlin/Heidelberg 1972, S. 10.

(37) Gericke (36), S. 11 f.

(38) Gericke (36), S. 12.

(39) Gericke (36), S. 12.

(40) Hans Wußing und Wolfgang Arnold: Biographien bedeutender Mathematiker, Köln 1985, S. 518.

(41) Walther (19), S. 15; man sehe auch Behmann (18), S. 49 und 62 f.

(42) Walther (19), S. 13.

(43) Behmann (18), S. 54.

(44) A. Vaschy: Traité d'Électricité et de Magnétisme, Band 1, Paris 1890.

(45) Edgar Buckingham: On physically similar Systems; Illustrations of the Use of dimensional Equations, in: Physical Review 4, Serie 2, Jahrgang 2, New York 1914, S. 345 - 376.

(46) Bridgman-Holl: Theorie der physikalischen Dimensionen, Leipzig/Berlin 1932.

(47) Kattanek-Gröger-Bode: Ähnlichkeitstheorie, Leipzig 1967, S. 49.

(48) Kattanek-Gröger-Bode (47), S. 12.

(49) Moritz Weber: Das Allgemeine Ähnlichkeitsprinzip der Physik und sein Zusammenhang mit der Dimensionslehre und der Modellwissenschaft, in: Jahrbuch der Schiffsbautechnischen Gesellschaft, Band 31, Berlin 1930, S. 279: "Seitdem W. Froude 1869 und O. Reynolds 1883 der Ähnlichkeitsmechanik in der Technik Heimatrecht verschafft haben, stützt der Ingenieur in vielen Fällen und in immer wachsendem Maße seine Entwürfe auf die Ergebnisse von Modellversuchen".

(50) Weber (49), S. 276.

(51) Weber (49), S. 277 f.

(52) Prandtl, Ludwig, Dictionary of Scientific Biography, Vol. XI, New York 1975, S. 124.

In der Formel $F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot v^2 \cdot A \cdot c_W$ bedeutet

ρ_L: Dichte des strömenden Mediums,
v: Geschwindigkeit des strömenden Mediums,
A: Projektionsfläche des Fahrzeugs in Längsrichtung.

(53) W. Klemperer: Luftwiderstands-Untersuchungen an Automobil-Modellen, in: Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Jahrgang 13, München/Berlin 1922, S. 201 - 206; bezüglich Jaray-Formen sehe man P. Jaray: Der Stromlinienwagen, in: Der Motorwagen, Jahrgang 25, 1922, S. 333 - 336.

(54) Wolf-Heinrich Hucho: Aerodynamik des Automobils, Würzburg 1981, S. 36.

(55) Hier unterrichtet Edmund Rumpler: Das Auto im Luftstrom, in: Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Jahrgang 15, München/Berlin 1924, S. 22 - 25, speziell S. 22.

(56) Man sehe hierzu Wunibald Kamm: Einfluß der Reichsautobahnen auf die Gestaltung der Kraftfahrzeuge, in: ATZ, Band 37, Heft 13, 1934, S. 341 - 354, hier S. 345 - 348; ferner Wunibald Kamm: Der Weg zum wirtschaftlichen autobahn- und straßentüchtigen Wagen, in: Die Straße, Jahrgang 6, Berlin 1939, S. 104 - 109.

(57) Dies wird ersichtlich bei Kamm (56) (1), S. 346 f., oder Hucho (54), S. 37, 39 und 53.

(58) Hucho (54), S. 53.

(59) Hucho (54), S. 374.

(60) Hucho (54), S. 375 f.

(61) Hucho (54), S. 376.

(62) Alfred Böhringer: Rückschau und Ausblick, in: Straßenforschung, Bonn/Bad Godesberg 1974, S. 13.

(63) Gerhard Streit: Betonstraßenbau, in: Straßenforschung, Bonn/Bad Godesberg 1974, S. 133.

(64) Böhringer (62), S. 19.

(65) Böhringer (62), S. 21 und 23.

(66) Hellmut Köhler: Von der Oberflächenbefestigung zum Asphaltoberbau, in: Straßenforschung, Bonn/Bad Godesberg 1974, S. 113 - 122.

(67) Streit (63), S. 134 - 137.

(68) Friedrich Sass: Geschichte des deutschen Verbrennungsmotorenbaues von 1860 - 1918, Berlin/Göttingen/ Heidelberg 1962, S. 651.

(69) Dénes König: Theorie der endlichen und unendlichen Graphen, Leipzig 1936.

(70) So heißt es in ZAMM, Band 1, Berlin 1921, S. 421 f.: "Einführung einer einheitlichen Vektor-Schreibweise. Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen stellt den Entwurf XX, Bezeichnungen für Vektorgrößen, zur Beratung und lädt die beteiligten Vereine ein, ihm das Ergebnis ihrer Beratungen bis Mitte Januar 1922 mitzuteilen"; oder bei Ostrowski (13), S. 108: "In den dreißiger Jahren hatte sich die materielle Grundlage der numerischen Mathematik insofern verschoben, als der Gebrauch von Rechenmaschinen sehr allgemein geworden war und damit auch die Kriterien für die numerische Durchführbarkeit eines Verfahrens verschoben wurden".

(71) Sass (68), S. 650.